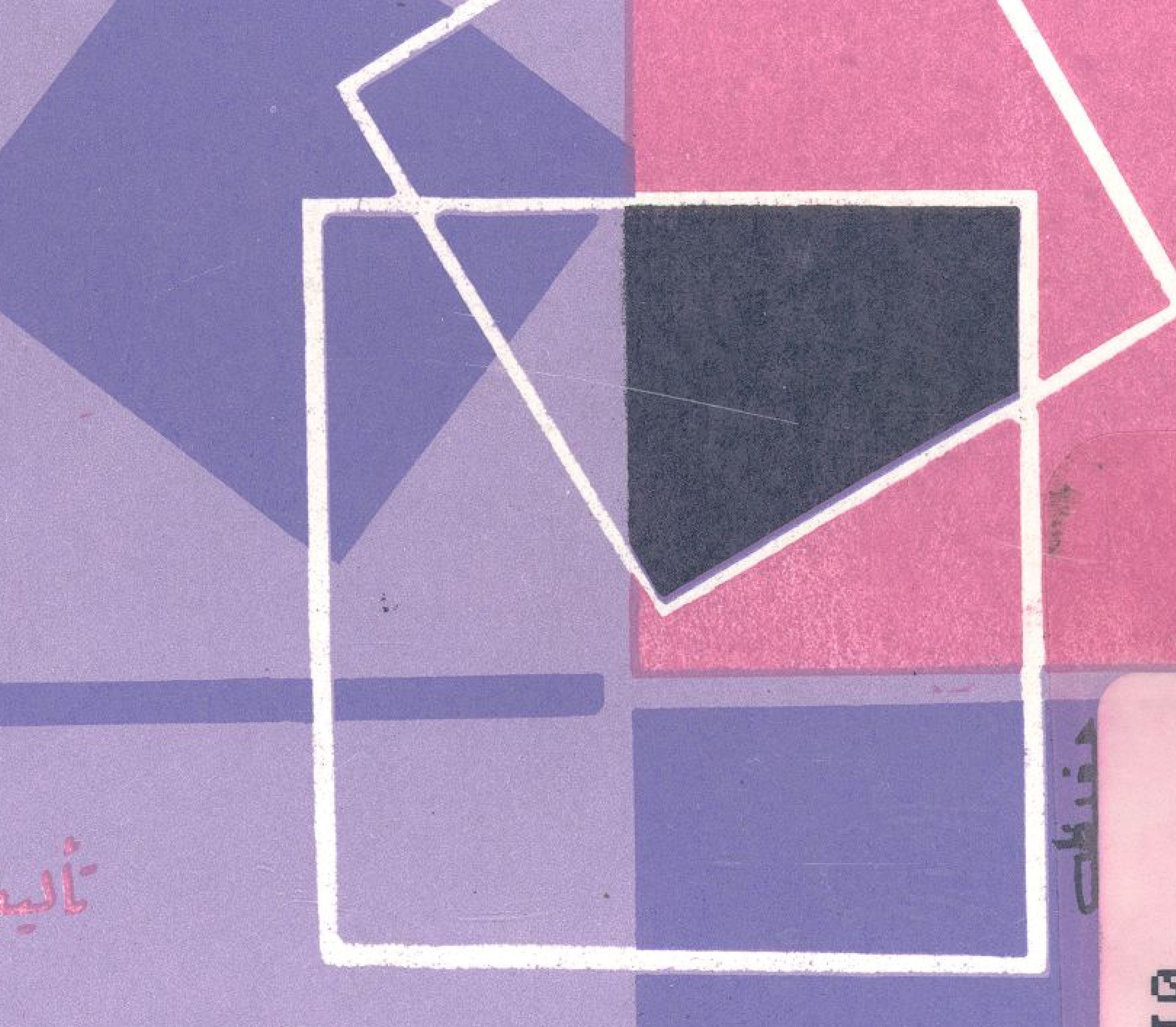
المجلس الأعلى للثقافة

# أوليات المنطق الرمزى

ترجمة : د. عبد الفتاح الديدى



تأليف : أليس أمبروز
و
موريس لازيروفيتش



# أوليات المنطق الرمزي

تأليف


أليس أمبروز
استاذه المنطق
سميث كوليج
نورثهامبتون
ماساشوستس

موريس لازيروفيتش
استاذ المنطق
سميث كوليج
نورثهامبتون
ماساشوستس


ترجمة

الدكتور عبد الفتاح الديدى

دبلوم الدراسات العليا من السوربون
ماجستير ودكتوراه فى المنطق من جامعة القاهرة


القاهرة
١٤٠٣ هـ - ١٩٨٣ م

# مقدمة المترجم

مترجم هذا الكتاب حائز على دبلوم الدراسات العليا فى المنطق المعاصر من جامعة السوربون بباريس · وأشرف على رسالته عن المنطق البريطانى المعاصر الاستاذ رينيه بواربيه أستاذ المنطق بالسوربون والاستاذ لاجاش أستاذ علم النفس فى تلك الجامعة · والمترجم حائز أيضا على درجة الماجستير من جامعة القاهرة عن النفسانية المنطقية عند جون استيوارت مل · وهو بحث مطبوع ومنشور حاليا بالهيئة العامة للكتاب ويتناول المفهوم النفسانى لمنطق مل بطريقة جديدة تفسر الموقف الحقيقى لمنطق جون استيوارت مل وتبرز مضمونه على نحو لم يتحقق من قبل خاصة وأن مل كان ضالعا فى موقفه النفسى من المنطق كما كان يجعل من النفسانية طابعا أصيلا لمنطقه بحيث يصبح علم النفس لا مجرد اتجاه عام لتفكيره وانما موقف أساسى داخل فى صميم العمليات المنطقية · أما رسالته ـ أى المترجم ـ للدكتوراه فكانت عن النزعة المثالية فى منطق برادلى · وحصل عليها المترجم من جامعة القاهرة أيضا ·

ولعل هذا هو ماشجعه على المضى فى التعريف بأحدث اتجاهات المنطق الرمزى الجديد على الرغم من صعوبات الالمام بهذا الفرع الماما كافيا فى الاوساط العلمية المصرية · والواقع أنه لا صعوبات على الاطلاق فى معرفة هذا النوع

الجديد من المنطق لأنه يعتمد على تعريفات بسيطة جدا لو أقبل عليها الدارسون لاكتشفوا مــدى بساطة هــذا العلم · ولو استبعدنا التخوف الذى ينتابنا ازاء المنطق الرمزى من حيث الشكل لعرفنا أنه أداة صالحة لانماء التفكير ولمتابعة كل قدرات العقل فى الاستكشاف والتعرف على أبعـــاد العقل الانسانى خاصة وأن المنطق الرمزى الحديث هو أصلح أداة منهجية فى المجالات التى يجرى فيها استخدام الأحصاء ·

وشيئا فشيئا سيحل المنطق الرمزى العديد من الاشكالات كمــا أنه سيصبح منهجيا قادرا على ازالة الصـــعوبات أمــام الباحثين فى علم النفس والرياضــيات وعلم الاجتماع وفى الفلسفة ذاتها · فالمنطق الرمزى يغطى احتياجات كل هــذه الافرع ويشكل منهجية جديدة مبســطة لحل أكبر الصعوبات ببساطة تامة وفى سلامة ظاهرة ·

وسبق أن ترجمت كتاب بيسون وأوكونر «مقــدمة فى المنطق الرمزى» الذى طبعته دار المعارف بالقاهرة سنة ١٩٧١ · وأتمنى أن يعاود القارىء الاطلاع على ذلك الكتاب لانه يعين على فهم كثير من أبواب المنطق الرمزى · ولكن كتابنا الجديد اليوم يعالج الموضوع كما لو كنا نطرق الموضوع مــرة أخرى بنفس البدايات السهلة وبطــريقة أكثر ترويحا وتبسيطا · فهذا الكتاب الجديد عن أوليات المنطق الرمزى هــو الصورة المعاصرة الواضحة لكل مايتعلق بالمنطق الرمزى وهو وسيلة عملية للانتقال خطوة خطوة بالقارىء حتى يستوعب جوانب هذا العلم ·

ولا يوجد شىء جديد أضيفه هنا سوى مناشدة القارىء

التعرف على هذا العلم من خلال هذين الكتابين لما يحملانه من دلالة مباشرة على جوانب المنطق الرمـــزى الحقيقى بدون أية شوائب من مفاهيم مغايرة لطبيعة هذا العلم · وسوف نشعر بالاستمرار فى متابعة هذه الصفحات القادمة أننا ازاء المنبع الاصيل لاتجاهات المنطق الرمزى فى أحدث وأدق صوره خاصة وأن االاستاذ لازيروفيتش هو أحد أقطاب هـــذا العلم الجديد فى العالم ··

**د· عبد الفتاح الديدى**

# تمهيد

# المنطق الجديد

## ١ ـ تاريخ موجز للمنطق الجديد :

المنطق الرمزى الذى يطلق عليه حاليا هذا الاسم بدأ يأخذ مجراه الحقيقى فى تاريخ الفكر الحديث والمعاصر بظهور كتاب «مجمل المنطق الرمزى» سنة ١٩١٨ فى ولاية بركلى بالولايات المتحدة الامريكية . وقام بتأليف هذا الكتاب كلارينس ايرننج ليويس المولود سنة ١٨٨٣ وأستاذ المنطق بجامعة هارفارد فيما بعد ذلك .

ويعد ليويس أول من وضع أصول نظرية الاستلزام الكامل ودافع عنها والاستلزام الكامل هو المقابل المنطقى للاستلزام المادى لان الاول يدعو الى اقامة الاستدلال الصورى على علاقة ثابتة بغير احتكام الى أى صدق أو خطأ من العالم الخارجى .

ويعنى هذا طبعا أن المنطق بدأ عندئذ فقط يأخذ طريقه الى ثلاثة أمور :

١ ـ استبعاد كل ماهو استقراء .

٢ ـ فرض الاستلزام الصورى الخالص وهو الاستلزام الكامل .

٣ ـ تعميق الصورية بالمعنى الفلسفى الارسطى القديم ·

وعاد ليويس فاشترك مع لانجفورد فى اصدار كتاب ثان عن المنطق الرمزى سنة ١٩٣٢ فى نيويورك · ودافع ليويس فى هذا الكتاب الثانى عن أنواع المنطق المعـزولة عن العالم المادى وهى ضروب من المنطق الرمـزى الجـديد التى عرفت كأنساق مجردة تماما من المضمون المادى ومعزولة عزلا كاملا عن عالم الواقع ·

وهذه هى البشائر الاولى لظهور المنطق الرمزى الجديد الذى لم يأخذ شكله النهائى الا بعد هـذه الخطوة الهامة التى خطاها ليويس وبعد عدد آخر من الخطوات التى قام بها سواه من المناطقة ·

فالفيلسوف رودلف كارناب وضع منهج وصف العلاقات الارتباطية سنة ١٩٢٨ وحـدد أصـول السـياق التركيبى للعبارات فى الكلام واللغة ·

وصاغ الفيلسوف كواين الشكل النهائى لتحليلية المنطق النسـقية (المبنية على النسق كمجـرد نسق بحت خالى من أى مضمون أى كنسق خالص) سنة ١٩٣٦ وما بعدها ·

واتجه المنطق الرمزى الجديد فضلا عن ذلك اتجاها جديدا بالمرة لانه اشتق وجوده على أساس الصورية الارسطية الخالصة وصار هذا المنطق الرمزى الجديد يمثل تطـورا فلسـفيا فى ملامح التحول العـامة للمنطق الرمزى بـدلا من الخضـوع لاتجاهات الرياضة فى نزعاتها ونزواتها على نحو ماجرى من قبل عند اخضاع المنطق للرياضة فى أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين ·

فالمنطق الرمزى الجديد يستغل الصورية بالمعنى الفلسفى الارسطى ويحاول الاعتماد عليها فى تكوين البناء الهيكلى الشكلى الخالص للعمليات المنطقية ٠

وهو منطق يعتمد أساسا على فكرة الاستلزام ٠ والمنطق الرمزى المعروف اليوم بهذا الاسم لم يكن مألوفا من قبل على هذا النحو ويخالف كل ماعرف بهذا الاسم قبل سنة ١٩١٨ لاعتماده بالذات على فكرة الآستلزام هذه ٠

وقد قسم العلاقة المنطقى الهولندى «بت» E. W. Beth الاستاذ بجامعة امستردام تاريخ المنطق الرمزى الحديث الى اربعة مراحل :

١ ــ المرحلة الأولى سادها تفكير «بول» G. Boole وليس لها بالنسبة الينا اليوم سوى أهميتها التاريخية ٠ واقتصرت هذه المرحلة على استيحاء علم الجبر وحده من أجل التحكم المطلق فى الاستدلال المنطقى واستغلاله أفضل استغلال ٠

٢ ــ واشترك فى اعداد الفترة الثانية كل من « بيرس » C. S. Pierce من الناحية المنطقية وكانتور وديديكيند Dedekind من الناحية الرياضية ٠ وتتميز هذه المرحلة بسيادة الابحاث التى توجت جهود كل من فريجه واشرودر Schröder وبيانو لتطبيق المنطق الجديد عند البحث فى أسس الرياضيات وأصولها ٠ وتمسك فريجه برغبته فى استخلاص المضمون المتكامل للرياضيات البحتة من مبادىء المنطق وحدها ٠ أما بيرس واشرودر وبيانو فكانوا أكثر تواضعا واكتفوا بتسجيل موجز بقدر الامكان لابواب الاستدلال الرياضى مستخدمين الرموز المنطقية ٠

٣ ـ والمرحلة الثالثة هى مرحلة اكتشاف النقـائض ونقـد الحدسيين بما فى ذلك محاولات هايتنج ومحاولة هيلبرت فيما يتعلق بصورية الرياضيات التقليدية صورية كاملة كشروع فى اثبـات عـدم التعارض فيمـا بين كل من الصورية والرياضيات ٠

٤ ـ أما الفترة المعـاصرة فتبلغ ذروتها عنـد تأسيس المنهج السيمانطيقى (دراسة الصلة بين الرموز والاشياء التى تشير اليها أى فقه اللغة) على يد تارسكى من أجل سـد الفراغات التى خلقتها الاتجـاهات السـابقة مثل اتجاه ماوراء الرياضيات لدىهيلبرت (ميتاماتيماتيك) ويعاون تارسكى فى هذا كل من اسكوليم وجـودل وتشيرش فى الابحاث التى أصدروها بهذا الصدد ٠

والمرحلة الاخـيرة هى مانطلق عليه اليوم اسـم المنطق الرمزى ٠ وكل ماعدا ذلك فيما جاء من قبل لاتنطبق عليه هذه التسمية وانما يصح أن يسمى ماقبل ذلك باسم المنطق الرياضى أو باسم بشائر المنطق الرمزى ٠

أما المنطق الرمزى الحالى فقد بدأ بكتابات كواين مثلا الذى استطاع أن يتمسك بالتحليلية البحتة أو بما يصح أن نسميه بمنطق تحصيل الحـاصل ٠ وفى هـذا المنطق تصبح سلامة الخطوات والتعريفات المجـردة هى كل مايشـغل البال بغض النظر عن أى هدف آخر ٠ ويعبر بتحصيل الحاصل عن اللفظة الاجنبية توتولوجى Tautology ٠

وهكذا فان المنطق الرمـزى الجـديد ، وان كان قد بدأ بأرهاصات العلامة بول وفكرته عن الحساب المنطقى والجبر

المنطقى من أجل التحكم فى الاستدلال المنطقى فقد امتدت آفاقه اليوم حتى استكمل أدواته لدى كواين الذى أرسى أصول التحليلية البحتة وقواعدها على أساس تحصيل الحاصل ٠

والواقع أن التحول الذى جرى فى أواخر القرن التاسع عشر فى مفهوم العلاقة بين المنطق والعلوم الاخرى قد مهد تمهيدا مؤكدا لهذه النهاية التى أشرنا اليها وذلك أن المناطقة اكتشفوا أن الرياضة نفسها فى أصلها منطقية وتعتمد على كونها منطقية كما أنها فى صميمها منطق أكثر من أن المنطق رياضة ٠

وأوشك كل عالم أن يقتنع بأن المنطق هو الاصل فى كل العلوم وأن كل العلوم انما تلحق به جميعها اذا أرادت أن تبلغ مستوى النسق المعرفى العام وأن تؤكد وجودها وتحقق التطور الذى توصلت الى نتائجه داخل اطار الانظمة المنطقية ٠ فانتهت بذلك بدعة النظر الى المنطق على أنه علم تابع أو علم فرعى بالنسبة الى العلوم المختلفة ٠ وأصبح هذا العلم ـ علم المنطق نفسه ـ بؤرة تتجمع عندها كافة التيارات والمذاهب والعلوم ٠

ذلك أن الكثيرين من مناطقة القرن التاسع عشر قد فطنوا الى خطورة جعل المنطق علما ثانويا بالنسبة الى أى علم آخر ٠ وكان من الامثلة التى دفعتهم الى الاستفادة والعبرة منطق بورويال Port Royal الذى أخذ على المنهج الهندسى رغبته فى اثبات ما لا حاجة الى اثباته أو البرهنة عليه ٠ وأول من فطن الى دور المنطق الاساسى هو هيلبرت صاحب كتاب أسس الهندسة الذى ظهر سنة ١٨٩٩ ٠وهو واضع حساب البديهيات

أو الاكزيوماتيك فجعل من الرياضة علما اضافيا أو تابعا أو ملحقا بالمنطق ·

وكان ظهور حساب البديهيات هاما وضروريا فى ايقاظ الوعى بالنسبة الى استقلال علم المنطق ووحـدة كيـانه · اذ صار المنطق لاول مرة أساسيا فى علوم الرياضيات وأصبحت الرياضيات نفسها فرعية آو ثانوية فيه · وكان آول من آوجد حساب البديهيات باش سنة ١٨٨٢ وجاء بيانو فوضع نظرية الاعداد سنة ١٨٩٤ على قواعد منطقية · وأتى هيلبرت بعد ذلك فرد مناهج الحساب وحساب البديهيات معا الى الصورية المنطقية البحتة عن طريق التوحيد بينهما سـنة ١٨٩٩ كما سبق القول وبهذا أصبح من المستحيل ظهور أى تناقض بين الحساب والمنطق ·

وهكذا أصبحت الرياضيات تنضاف الى المنطق لا العكس· وهذا هو ما أدى الى محورية المنطق بالنسـبة الى الرياضيات وغيرها من العلوم مثل علوم اللغة وعلم النفس ·

ومحـورية المنطق فى أواخـر القرن التاسع عشر قبيل نهايته هى التى دفعت المناطقة الى استعادة الفلسفة القديمة مرة أخرى واستغلال صوريتها الارسطية الى أبعد حد · وهذا هو سر ظهور المنطق الرمزى فى أوائل القرن العشرين ·

والفاصل الحاسم بين المنطق الرمزى الجـديد وهو منطق فلسفى صورى وأى منطق سابق هو نظرية الاستلزام الكامل التى أشرنا اليها ·

والصورة التى وضعها ليويس لنظرية الاستلزام الكامل سنة ١٩١٨ هى كالآتى :

س تستلزم ص

ترادف فى المعنى تماما عبارة :

ص يمكن استنباطها من س

وتتميز هذه النظرية الجديدة بأنها تريحنا تماما من معنى الاستلزام المادى الذى كان مليئا بالمفارقات بصورته المألوفة :

( س > ص ) ٧ ( ص > س )

ويعنى ذلك بوضوح أن الاستلزام الكامل هو استلزام صورى لايفرض صدق المقدمات بشكل من الاشكال فى أية عملية من عملياته • ويعنى أيضا فوق ذلك أن المنطق الرمزى لايعبأ بصدق مادة الكلام الا من حيث هى رموز جوفاء خالية من الاشارة الى أى شىء سوى الترابطات المعنوية التى تخلقها التعريفات المجردة ولا يهتم المنطق الرمزى الا بسلامة صورة التعبير منطقيا فقط • ولهذا كان من الادوات الاساسية التى ارتكن اليها المنطق الرمزى الحساب الجبرى الذى وضع قواعده بول وحساب القضايا ومنطق الاصناف ومنطق العلاقات وحساب المجموعات وحساب البديهيات •

## ٢ ـ ماهو المنطق :

المنطق الرمزى لايعبأ بصدق مادة الكلام ومضمونه فى المقدمات يهتم فقط بصحة صورة التعبير المستخدم صحة منطقية • ولذلك فالمنطق يهتم باكتشاف تسويغ للنتيجة بدون أى حكم مسبق فيما يتعلق بمسألة الصدق أو الكذب فى المقدمات • وعندما نقوم بعملية استلزام نجد أنفسنا نقوم

بتأكيد النتيجة بناء على صحة البرهان منطقيا دون نظر الى صدق المقدمات ·

وكان العرب الاقدمون يعرفون فى المنطق مايسمونه بقوة الاستلزام · وذلك هو مايظهر باستخدام «حتى» أو «الا» · فلايكون «أب» مثلا حتى يكون «جد» أو الا اذاكان ثمت«جد»· فانه يتضح منه أن تحقق «أب» متوقف على «جد» فهو فى قوة استلزام لاب لجد) وهكذا يكون العرب قد أدركوا معنى الاستلزام (١) · ولكنهم أفصحوا عنه بهذه الصورة المادية وان كان من الممكن استبدال أب ، جد بالرموز مع ابقاء العلاقة فى الاستلزام المذكور بدون أدنى اشارة الى واقع العلاقة بين الاب والجد فيظهر معنى الاستلزام خالصا من أية ارتباطات بالواقع العملى أو بالواقع المادى الذى يرد هنا فى صورة مضمون ·

وقد كان المنطق ينقسم بصفة مستمرة الى نوعين من المنطق :

١ ـ منطق صورى وهو الاستدلال ·

٢ ـ منطق مادى وهو الاستقراء ·

وهذا التقسيم وضعه أرسطو نفسه لان نظرته كانت مزدوجة فجمعت بين الجانبين الصورى والمادى وان كانت الناحية الصورية أغلب ظهورا · وفى العادة كانت الناحيتان تختلطان اختلاطا ظاهرا فى منطقه · ذلك أن وظيفة المنطق فى نظره كانت البحث فى التصورات وفى ارتباط التصورات

---

(١) مطالع الأنوار للأرموى ص ٣٤٦ ·

على هيئة تصديقات • وذلك كله من شأنه أن يفرض ادراك الواقع • فالتصورات تعبير عن العالم الخارجي المادى واستنتاج مافيها ادراك للواقع واحاطة بالتجربة الخارجية بالضرورة • ولايمكن أن يقال عن منطق أرسطو انه كان صـوريا خالصا واذا كانت الصورية قد ظهرت بوضوح فى التحليلات الاولى فانها كانت بمثـابة تمهيـد للتحليلات الاخـيرة التى عنيت بالاستدلال من حيث انطباقه على موضوع العلم •

غير أنه من الملاحظ أن اللفظة التى اسـتخدمها أرسـطو نفسه للتعبير عن هذا الفرع المعرفى أو أى دراسة للبرهان هى لفظة التحليلات • وهى لفظـة تشـير فى معناها الاصـلى الى الاستدلال فى أشكال القياس •

ومن الملاحظ أيضا أن أرسطو فرق فى ميتافيزيقا ٥ بين المادة والصورة تفرقة كان لها أكبر الاثر على الفلسفة وعلى الفكر المنطقى ذاته • فأصبحت صورة الكلام هى هيئته الخالصة خالية من المضمون كما صارت مادته هى مضمونه وفحواه •

وعندما أراد المنطق الرمزى أن يتحرر من ربقة العلوم الاخرى ارتد الى الصـورة الارسـطية لهـذا السبب ملتمسا صوريته من تاريخـه • وكان من الضرورى على الدوام فهم معنى الصورية الارسطية فهما دقيقا قبل الاقبال على دراسة المنطق الرمزى •

والمنطق المادى هو المنطق المتعلق بالتجربة الخارجية • وهو لذلك يتضمن اخراج واسـتحداث معـرفة جـديدة فمن المستحيل بلوغ أى تقدم من وراء الاستدلال الصورى • أى أن الاستقراء جسر نعبر عليه من الوقائع الى القوانين وهو عملية

تستخدم فى اكتشاف وتكوين القضايا العامة · أما الاستدلال فتحليل قائم على أساس تفريغ العبارات من أية اشـارات الى جزئيات من أجل تحويلها الى قضايا رمـزية لايهمنا فيها الا سـلامة الانتقال من البـداية الى النتيجة · ولا يهم هنـا الا التجريد التام للعلاقة بين التصورات والوقائع ·

ولهذا يؤدى تقسيم المنطق الى صورى ومادى الى ظهور شىء جديد نسميه بالتحليل والتركيب والتحليل دائما صورى لانه لايأتى فى النتائج اطلاقا بأكثر مما فى المقدمات فى حين لابد أن يولد التركيب شـيئا جديدا فى نهـاية الاستقراء · والاستقراء تركيبى فى حين أن الاستدلال تحليلى ·

واليوم استبعدنا نهائيا اسم الاستقراء من المنطق وصار المنطق يشير الى الاستدلال وحده · وفى السنوات الاخيرة حدث تحول كبير فى مفهوم المنطق وصارت هـذه اللفظة مـرادفة للمنطق الصورى فقط كما هو الحال فى أى كتاب عن المنطق الرمزى · واذا سأل سائل ولكن ماشأن منطق العلوم ومناهج البحث ونظرية المعرفة أجبنا بأن هـذه الافرع تدرس اليوم مستقلة عن المنطق كمنطق ·

ومن المعـروف لدينـا جميعا أن المنطق يدرس البرهان وأسـاليبه وطـرق أدائه ولكن لاتزال الصـلة بين المنطـق والبراهين مشوبة بغير قليل من الغموض وغير محددة تقريبا لدى الناس جميعا · فقد يقال ان المنطق فن ادارة البراهين لانه فن البرهان ولكن هذا التعريف من شأنه أن يجعل الناس على يقين من أنهم سيصبحون قادرين على اصطناع منطق هو منطق وقائع ويشتغل بأمور مستقاة من العالم المحيط بنا ·

وفى العلوم الطبيعية يحاول العالم اقامة القوانين اعتمادا على الوقائع · والانتقال من المعطيات الجزئية الى القوانين العامة هو مانسميه استقراء ·

أما المنطق الصورى فهو منطق يعتمد على تفريغ العبارات من مضمونها بتحويلها الى رموز لاتعنى شيئا سوى تعريفها المبنى على استخدامها فى البرهانفالاستخدام نفسه هو معناها· ولهذا يقال ان المنطق الصورى هو مجرد توافق الفكر مع نفسه ·

واعتاد المناطقة لهذا السبب أن يقولوا ان الاستقراء يستنتج العام من الجزئى فى حين يستنتج الجزئى من العام ·

ومثال الاستقراء كالآتى : القانون العام : كل علاقة سببية علاقة ثابتة ··· والتجربة كالآتى : العلاقة بين الظاهرتين أ ، ب

فى كل الحالات المعطاة

هى علاقة سببية ·

∴ فكل علاقة بين الظاهرتين أ ، ب

علاقة ثابتة ·

أما المنطق الصورى فمثاله الواضحهو الاستدلال فى اطار البراهين الرياضية أى انه على نقيض المنطق المادى لايتعلق بالمحسوسات ولا يقوم بالملاحظة أو التجربة وهو لهذا استدلال فارغ خالى من أى مضمون تجريبى · فالمنطق الصورى مجرد استدلالصورى · ولهذا اذا كان يمكن عن طريق الاستقراء التقدم من حقيقة الى تقليب الادلة والبراهين فى كافة الاوجه والجوانب وفى مختلف الاتجاهات بمجرد الاقبال على درس

واحد من دروس المنطق والانصراف عنه بمجرد الشروع في دراسته والاقبال عليه والتعرف على مشاكله الحقيقية ·

وقد برع المناطقة العرب القدماء في استخدام البراهين وتقليبها على أوجهها المختلفة ولكنهم برغم ذلك حصروا قدراتهم في البراهين ولم يستطيعوا أن يتقدموا على الرغم من تعرفهم على جوهر المنطق الرمزي الحديث · فهم برغم ذلك انصرفوا عن التقدم بمنطقهم الى المستوى العقلي العالي الذي بلغه مناطقة الغرب اليوم ·

فمناطقة العرب القدماء عرفوا الاستلزام الكامل ولكنهم فشلوا في استغلاله ·

ومناطقة العرب عرفوا قياس الاستثناء وصورته كالآتي:

اذا كان س

∴ ص

ولكن س

∴ ص

وهذا القياس هو أبسط شكل من أشكال التحليل المنطقي المستخدم في تحصيل الحاصل السائد عند أصحاب المنطق الرمزي اليوم ·

ولكن العرب وقد عرفوا ذلك لم يبلغوا به درجة الاستخدام المبني على شكل الكلام وهيئته بصورة تعيننا على القول بأنهم أبدعوا المنطق الرمزي ·

وقد تكون للمنطق فائدة محسوسة في أنه يقوي قدرة

الانسان على البرهان شأنه فى ذلك شأن أى علم صحيح ·
وجرى العرف على تدريس المنطق لطلاب الفروع الجامعية
الدينية تزويدا لهم بقدرة المناقشة والمحاجة والاقناع · ولاشك
فى أن المنطق يكسب صاحبه قدرة فائقة على استخدام البراهين
وتنظيم الافكار وتفريغ الجزئيات واحسان الانتقال من
المقدمات الى النتائج وصواب الاختيار لاوجه البرهان ولكن
أخشى أن أقول ان المنطق الرمزى الجديد أخلى ذهنه من هذه
الاغراض المباشرة ونقلها الى خلفية عريضة واسعة لتأسيس
الذهن وتثقيف العقل تثقيفا مبنيا على أفضل الوسائل
لتوضيح الفكر وبيانه واطلاقه مع البرهنة عليه ·

ولايمكن أن يقال أن تخلو كلية الحقوق وكليات الشرطة
والكليات العسكرية عموما من دراسة المنطق · فالقانون هو
مجموع عمليات منطقية متماسكة وهو نسق الافكار التى
تتقيد بخيط من الانسجام والتوافق المنطقيين · وبغير المنطق
لايمكن أن يؤلف رجل القانون أو المحامى أو القاضى مفهوما
مترابطا عن وقائع الاحداث التى يبنى سياقها ·

وكذلك الحال فى الكليات العسكرية البحتة التى تستخدم
اللوجيسطيقا باسمها الاوربى للاشارة الى جانب المهمات
وتمييز الملابس والاسلحة وتكوين العلامات والرموز الدالة
على كل سلاح واعداد اللغة السرية أو لغة الشفرة والكودات
المستخدمة بين مختلف الأجهزة · فاللوجيسطيقا فرع حديث
وهام من العلوم العسكرية وهى هى مانسميه نحن بالمنطق
الرمزى ·

وقد درست المنطق الرمزى فى باريس على يد الاستاذ

رنيه بواربيه وكان أستاذا بكلية الحقوق بجامعة باريس (السوربون) وان كان معظم عمله بكلية الآداب فى فرع مناهج البحث العلمى وهذا يدل على مدى أهمية المنطق بالنسبة للقانون ٠

وقلت فى كتاب القضايا المعاصرة فى الفلسفة مايلى :

« وبواربيه صاحب نظرية المنطق العضوى انما التمس أسسا منطقية للتفكير الفيزيائى ٠ فالمنطق العضوى يحتفظ بقيم الحقيقة الفيزيائية سواء كانت قد أعدت تاريخيا لذلك أو كانت فى مستوى يسمح بأن يعبر الانسجام القائم سلفا بين الفكر وبين الاشياء بشأن عقلانية التجربة ٠

فالمنطق العضوى يختار لنفسه تعريفا بوصفه منطق اليقين العقلى ومنطق حقائق الاعتقاد والاستدلال المرتبطة بقوانين الفكر الخالصة ٠ وهو قبل كل شىء منطق الحقائق الاستدلالية ٠ وهذا المنطق فاعلى لانه يتعلق بعمليات الفكر نفسه وعضوى لانه أساس كل المعارف وكل أنواع المنطق الاخرى ٠ فهو أشبه بما نطلق عليه اسم ماوراء المنطق بحكم ماينبنى عليه من النظريات الاخرى ، والاستدلالية منها بخاصة أولا ،وبحكم مايسمح بهمن التفكير حول هذه النظريات وخصائصها ثانيا ٠

فهو أولا وقبل كل شىء منطق بمعنى الكلمة ثم يتفرع منه منطق جبرى وحساب منطقى من ناحية ونظرية فى الملاحظة ونظرية فى طبيعة الوجود الفيزيائى من ناحية أخرى ٠ وفى النهاية يحتفظ هذا المنطق بفكرة القيمة ٠ فالمنطق العضوى اذن أولى وأساس فى كل العلوم ٠

ولكن هذا لايمنع المشتغلين بعلم النفس وبعلوم التربية أن ينتبهوا الى حقيقة هامة وهى أن المنطق صار يجرى تطبيقه اليوم على علم النفس كما أصبح يستخدم استخداما دقيقا فى خدمة الاغراض النفسية والتربوية للاشارة الى جانب التوازن والنمو العقلى عند الطلاب والتلاميذ والاطفال .

وأول من عكس الوضع وصار يطبق المنطق على علم النفس بدلا من العادة الشائعة فى الآتجاه النفسانى من تطبيق علم النفس على المنطق ... أقول أول من طبق المنطق على علم النفس وفرضه عرضا على باحث علم النفس هو الاستاذ جان بياجيه صاحب الاتجاه الناسلى فى نظرية المعرفة وفى علم النفس (١) .

وأشار بياجيه الى أن الانسان يخضع لاربع مقومات أساسية فى وجوده بدلا من ثلاث :

أولا : الوراثة .

ثانيا : الوسط الحَيوى والعضوى

ثالثا : الوسط الاجتماعى .

وأضاف الى هذه كلها

رابعا : التوازن (النمو) .

وقرر بياجيه اضافة العامل الرابع الى العوامل الثلاثة التقليدية المعروفة لانه اكثرها اهمية واكثرها عمومية واقترانا بكل مظاهر النمو الانسانى . وقد يبدو التوازن كما

---

(١) القضايا المعاصرة فى الفلسفة للمترجم ص ٢٤٦

لو كان عاملا مستقلا قائما بذاته ولكنه فى الواقع أصيل وداخل فى تحديد كل أبعاد الانتقال المرحلى مع كل خطوة من خطوات التغيير واطراد التقدم · والتوازن فى نظر بياجيه جزء من عمليات التآزر الضرورى بين العوامل الاولية التى لايفترق أحدها عن الآخر · واذا كان من شأن التوازن أن يبدو منفصلا فذلك بحكم احتفاظه بمعالمه مستقلة لانها لاتلبث أن تصبح معالم ذهنية بحتة · ولايمكن أن يكون التوازن عاملا منفصلا عن الثلاثة عوامل المعهودة لدى علماء النفس وان بدا كذلك لانه خاصية أصيلة داخلة فى صميم حياتنا العضوية والعقلية · والتربوى أحوج انسان الى دراسة المنطق الرمزى وتطبيقه بعد معرفة أدواته على مراحل التعليم المناطة به فى حياته العملية ·

أو بعبارة أخرى اذا كان شاغل التربوى الاكبر هو ضمان تحقق التوازن لدى الاطفال فلابد له من الاعتماد على طرق اكتشاف آليات الذهن وتكوينها عن الطفل والصبى واليافع والبالغ اعتمادا على الوسائل المنطقية باعتبارها أرفع أنواع الادوات لمعرفة ذلك التوازن فى نموهم وانتقالهم من مرحلة الى أخرى ·

والوسائل والأدوات المنطقية التى يعرفها التربوى هى وسيلته الى اكتشاف أبعاد التوازن النفسى ، وهى وسيلته الى تقويم هذا التوازن حرصا على استتباب التوازن فى صورة بناء شامل مؤقت أو مرحلى ·

فالمنطق هو نمو الطفل لانه هو هو توازنه ·

والخلاصة أن المنطق يعنى اليوم بنماذج من الاستدلال من

حيث صحته وخطئه ومن حيث صلاحيته أو عدم صلاحيته بفضل صورة الاستدلال وحدها ولا شيء عداها ٠

ويمكن لذلك تعريف المنطق مؤقتا كعلم يبحث فى صور القضايا (مثل صور الاحكام التقريرية) وفى تسلسل القضايا التى تنشىء نماذج من الاستدلال ٠ المنطق اذن علم الاستنباط الصورى ٠ وهو يصوغ قواعد محددة يسيرة الانطباق لاختبار شتى الاستدلالات وتسمح هذه القواعد ببناء استدلالات ابتداء من قائمة من المبادىء ٠

## ٣ ـ الاستدلال الصورى :

وهذا التعبير خاطىء كما هو واضح لان لفظة الاستدلال وحدها ـ بعد شرحنا السابق ـ تؤدى تماما معنى الاستدلال الصورى ٠ ويكفى أن نقول الاستدلال بدون صفة الصورية لنفهم انه الاستدلال المنطقى ٠ ولا معنى له سوى هذا المعنى فالاستدلال مجموعة من العمليات المجردة التى ننتقل بها من صدق مفترض فى بعض القضايا الى صدق قضايا أخرى مستخلصة ومستدل عليها ابتداء من الأولى ٠ وتقع طائلة الاستدلال على الاعتراف بصحة الوصلة الضرورية التى تربط النتائج بالمقدمات باعتبار هذه الوصلة عملية من أخص خصائص عمليات الذهن المنطقى ٠ ويصبح الاستدلال عملية المنطق الاصيلة ٠

وهى فضلا عن ذلك الهدف الحقيقى والرئيسى لكل دراسة منطقية ٠ فالاستدلال هو العملية المنطقية الاصلية الرئيسية لانه يمثل عملية صورية كاملة يستقر الذهن بعدها فى الحصول على نتيجة وصل اليها بنفسه ٠ ومهما تكن أهمية

التعريف والحكم فى المنطق فالاستدلال يبدو دائما فى كل تلك الابواب كما لو كان مقــدرا سلفا وكما لو كان كل تعــريف وحكم وكل تحديد لمدلولات التعريف والحكم ترتيبا واعــدادا وتمهيدا لما هو مطلوب من دقة وتسلسل فى عملية الاستدلال. ولا يكتمل الامر ولا يستتب المجال فى نظرية الحكم والقضايا الا بمشاهدة تطبيقاتها فى نظرية الاستدلالات .

وعلى هذا فالاستدلال صورى والا فهو ليس استدلالا . والقياس ليس الشكل الوحيد للاســتدلال . فهنــاك منطق العلاقات ومنطق القضايا ومنطق الفصول أو الفئات . واعتاد المناطقة التقليديون حتى جــوبلوه فى بحثــه عن المنطق أن يلصقوا صفة الجدب بعمليات المنطق الاســتدلالى الصورية . فيقولون ان الاستدلال الصورى استدلال ماحل مجــدب لانه لايبنى شيئا واقعيامحسوسا ولا يحصل نتائج مترتبةعلى وقائع فى العالم الخارجى .

ولم يعد هذا يؤثر فى شىء بالنسبة الى المنطق الرمــزى الجديد أو المنطق القضوى لان الاستدلال الصورى تحول الى ضروب من حساب القضايا وحساب البديهيات والمنطق الرمزى والمنطق الفاعلى وحساب كم المحمول .

وكثيرا ماوجه المناطقة نقــدا عنيفا الى القياس بوصفه تحصــيل الحاصل وبوصــفه دورا وجــزءا من عمليات خالية الفائدة . وجون استيوارت مل هو صاحب هذا الاتجاه العنيف فى نقده للقياس وللاتجاه الاستدلالى البحت . وقد رد عليه لوى روجييه فى كتابه عن «بناء النظريات الاستدلالية» ردا قويا مشيرا الى أن الصدق الصورى لايفهم الا من الخاتمة أو

النتيجة فى القياس أى فى القضية المستخلصة والمستدل عليها وليس من المقـدمات التى تأتى لخـدمة الغرض الاسـتدلالى وحده (١) .

وقد كان الاقدمون يتبرمون بالدور المنطقى وبالتسلسل الاستدلالى الى غير مانتيجة نهائية . وكان الرجل المنطيق فى العصور الوسطى يقضى أوقاته فى استخلاص القضايا بعضها من بعض فى عمليات مطولة ويجد لذته الوحيدة فى عمليات الوصل الضرورى الذى يربط عددا من القضايا بعدد آخر من القضايا فى غير طائل سوى هذا التركيز على عمليات الذهن فى التقدم والانتقال من صدق عدد من القضايا الى صدق عدد آخر من القضايا ، وظهر عدد من وجوه الانتقاد لهذا الموقف الخالى من المقومات والفوائد . ولكننا عدنا اليوم نكتشف معنى الحدث المنطقى ومعنى العملية المنطقية تدريجيا خطوة خطوة من حركة التسلسل الذهنى خلال عدد من القضايا ولو لم نبلغ نهاية حاسمة . وأصبح المنطق اليوم هو هذا الموقف الذهنى من عمليات الترابط المنطقى بين عدد من القضايا المفترضة أو المسلم بصحتها .

وصار من الطبيعى اذن أن يحدث تطور تلقائى مفاجىء فى علم المنطق منذ قرن من الزمان تقريبا وأن يستعيد المنطق صورية التفسير التقليدى لعمليات ذهنية لاتنطوى الا على قيم الصدق التى يترتب بعضها على بعض ويتدرج بعضها ابتداء من بعضها الآخـر . وبعد الاحتقـار الشـديد للاستدلالات الصورية جرى تحول كبير فى منظور المنطق حوالى سنة ١٩٣٠

---

1- Louis Rougier : La Structure des Théories déductives p. 31.

لدى بعض المناطقة · وقد تتابع الاهتمام بهذه الاستدلالات الصورية مع الاستفادة من عاملين : أولهما العودة الى الينابيع الأولى والخلافات الجوهرية حول طبيعة المنطق من أرسطو وابيوليد (١) Eubulide والاهتمام بالقياس الارسطى التقليدى وتوضيح معنى الصورية فى منطق آرسطو · وثانيهما الاستفادة من المعارف والتحولات الجديدة فى طريقة الصياغة والتوالى فى الاستنباط والتدليل والبرهان وادخال الرؤية الجديدة لمشاكل الرياضيات وألوان الجبر والحساب التلقائى ·

ومن أهم رواد هذا الاتجاه لوكازييفيتش J. Lukasiewcz الذى قدم سلسلة من الدراسات عن منطق الرواقيين سنة ١٩٢٧ وأخرج كتابه المشهور عن تاريخ منطق القضايا سنة ١٩٣٤ ـ ١٩٣٥ والمنطق اللوجيسطيقى عند أرسطو سنة ١٩٣٩ ·

ومن أهم مؤلفاته على الاطلاق فى هذا الصدد كتابه القياس الارسطى من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث بالانجليزية سنة ١٩٥١ · أما شولتس Scholz فقد أظهر مقالا سنة ١٩٣٠ عن حساب البديهيات عند الاقدمين ثم أخرج تاريخ المنطق الذى حسم كثيرا من مسائل المنطق المعلقة · وقد قام كلاهما باظهار المنطق التقليدى خلال منظور جديد وصار لهما كثير من المعاونين والتلاميذ مثل بيكر وبوشنسيكى وبيهنر وفان دين دريشه

Becker — Bochenski — Bochner — Van den Driessche

---

1- Raymond Bayer : Epistémologieieet Logique depuis kant Jusqûe anos jours p. 291.

وايبيوليد هو أحد الميغاريين نسبة الى المدرسة الميغارية

وشاركوا جميعا فى تحـويل دفة نظـرية المنطق الصـورى الجديد ٠

## ٤ ـ أزمة المنطق الارسطى :

وعندما شرعنا فى دراسـة المنطق بالجـامعة فى النصف الثانى من الاربعينات كانت مشكلة المنطق الارسطى فى أوجها ولم تكن قد اتضحت لنا (وخاصة فى مصر) بعـد اتجـاهات المنطق الجـديد ٠ وكانت دراستنا للمنطق عـرضا للمشكلات والصعوبات التى واجهها المنطق الارسطى ٠

والواقع أن أزمة المنطق الارسطى بدأت منذ سنة ١٩٠٠ عندما هاجمه الكثيرون بحجة الانقفال والتقييد من جانب كثير من المناطقة حتى ممن لم يكونوا قد ألموا بتيارات واتجاهات اللوجيسطيقا الجديدة ٠ ويسـعى لاشلييه Lachelier لتأسيس منطق التضايف ومنطق العلاقات الى جانب المنطق التقليدى فى الجمل حتى لايظل محصورا فى اطار ضيق موحد ٠

وكان أرسطو قد ظل مقفلا فى دائرة الصيغة الحملية ٠

أ هى ب

منها أ من ب بالفعل

أو أ تنتمى الى ب

بدون أن يخطر على ذهنه وجود علاقات أخرى ٠ ولاحظ الرواقيون أن أرسطو لم يشر الى علاقة «أكبر من» ، فالاحكام والقضايا ليست حملا وحسب وليست عملية جمع بين طرفين ٠ وصارت القضية تكوينا لنسبة بين مدلولات ٠ وقد قام لاشلييه

بتوسيع المنظور الذى بدأ منــه دى مورجانDe Morggan بوضع أسس منطق التضــايف الجـديد • وبـدأ شرحه للمشكلة من تحليلية للرابطة فى القضــية فهناك رابطــة تلصق الفــرد بمجموع وأخرى تضم الأجناس الى الأنواع وثالثة تؤكد هوية الموضوع • وهذا ينعكس بدوره علَى التضايا ، فهناك قضايا مثــل :

فلان أصغر شأنا من علان

حكم المتوكل بعد حكم الواثق

جامعة القاهرة جنوب القاهرة

الى آخر هذه القضايا التى تمثل اشكالا جديدة للاضافة وصرنا نرى شكل القضية ممثــلا فى صــورة م (ع) ل بحيث تكون (ع) اشارة الى العلاقة • واستخدم المنطق بذلك ألوانا من التسلسل والتتابع فى القضايا لم تكن موجودة عند أرسطو مثل :

المنتصر حكم بعد المتوكل

المتوكل حكم بعد الواثق

المنتصر حكم بعد الواثق

وهذا نوع مختلف عن طريقة أرسطو فى تشكيل القياس المركب مفصول النتائج Sorites فهنا هنا يشــيع اســتخدام التسلسل والترتيبالصورى المبنى علىالاضافات وعلى اضافات الاضافات •

وحــاول لاشلييه أن يبقى مقيــدا بالمنظــور الصــورى الارسطى مع اغناء العلاقات وتأسيس مبادىء منطق التضايف

الجديد • وهذا واضح فى كتابيه المشهورين النتائج المباشرة والقياس ، والقضية والقياس سنة ١٩٠٦ وحاول جوبلو كذلك أن يعمق نظرية القياس الحملى وأن يخلق لها موزيا جديدا هو نظرية القياس الشرطى • وجوبلو هو مؤلف «بحث فى المنطق» سنة ١٩١٨ ومؤلف كتاب المنطق وأحكام القيمة سنة ١٩٢٧ •

وحاول المناطقة أن يعيدوا النظر فى جملة مسائل المنطق الارسطى وتناولوا الاستدلال من الكلى الى الجزئى بالتحليل وأبدوا شكهم حيال الاختلاف الذى يمكن أن يوجد بين هذين النوعين من القضايا من الناحية الوجودية أى من ناحية المضمون الوجودى أى وجود الافراد التى ينطوى عليها كل صنف منهما • ويمكن مراجعة مربع أرسطو للنظر فى أمر القضايا الكلية التى لاتحتوى موضوعاتها على أفراد والقضايا الجزئية التى تحتوى موضوعاتها على أفراد وبرغم ذلك لايمكن الاستدلال ابتداء منها • ولما كان مربع أرسطو يعبر عن علاقة صورية بين القضايا الكلية والجزئية المختلفة فهو لايتناول حالات التناقض والتضاد فى القضايا المفردة • فالضد فى القضية المفردة هو القضية ذات المحمول المضاد (١) •

وأمثال هذا النقد كثير لمنطق أرسطو خاصة وأن الصورة الاستدلالية للقياس الارسطى لم تظهر الا فى أعمال الاسكندر الافروديسى (٢٠٥ بعد الميلاد) •

وهناك نقد لارسطو من نوع آخر وهو أن منطق أرسطو

---

1- Herbert L. Searles : Logic and Scientific Methods pp. 90-95 (1956).

لم يولد صوريا خالصا وكانت تشوبه مادية الى حد ما ٠ فبانتقالنا مثلا من التحليلات الاولى الى التحليلات الثانية من كتب أرسطو المنطقية ـ كما يقول روس Ross (١) ننتقل من الصورة العامة للاستدلال الى دراسة الصفات والخصائص المميزة للاستدلال العلمى من الاستدلال الجدلى البرهانى ٠

وفضلا عن هذا حاول برانشفيج Brunschvicg متفقا مع رسل فى هذا أن يتهم منطق أرسطو بالارتباط بميتافيزيقا الجوهر ٠ واقحام المنطق الارسطى فى مجال الميتافيزيقا يجعل منه حلقة وسط حلقات التفكير الميتافيزيقى المنطقى عند هيجل وبرادلى ٠ وقد يتحول بذلك الى مجال المعرفة الحدسية التى ترتكن الى أنواع اللمع أو الابوفانسيس وهو القول النورى الذى يأتى به الحدس وسط البراهين ٠

فمقياس الوصول الى الحقيقة وتحصيل النتائج عند أرسطو يستلزم أن تكون صورة المعرفة مطابقة بشكل دقيق للاشياء العينية الماثلة ٠ فالمنطق من هذه الناحية ينشد الحقيقة ويبغى الوصول عن طريق البرهان الى ماهو ثابت مؤكد ٠ لقد كان منطقه صوريا لكن الصور كانت تلك التى تنتمى الى الوجود والتى يبلغ عن طريقها باب العرفان ٠

ولما كانت المعرفة الحسية تصورا خالصا فلايمكن أن يقال عنها بالتالى أنها صادقة أو كاذبة ٠ والربط بينهما يتم عن طريق الحكم أى الفعل النفسى الملائم الذى يثبت أو ينفى الترابط بين الافكار ٠ فالصدق الارسطى هو صحة الرابطة التى تربط بين الموضوع والمحمول من حيث مطابقة هذه

---

(١) Ross W.D : Aristote p. 63 Paris 1930.

الرابطة للواقع مطابقة صحيحة سواء أكانت الرابطة رابطة سلب أو رابطة ايجاب (١) ·

وهذا هو الحكم أو القول النورى كما يسميه أرسطو وعنده أن الأقوال جميعها ذات دلالة ، ولكنها ليست كلها نورية بل بعضها فقط · فهى تلك الاقوال التى يتلاقى فيها الحق والباطل بالطبيعة وتلك ميزته وحده · وهناك أقوال لايمكن أن تكون صادقة أو كاذبة كالحجر مثلا وكأقوال الدعاء فى العبارات الانشائية · وهذه الخاصية التى تتسم بها من شأنها أن تبعث الحياة فى الموضوع والمحمول عن طريق القيم النورية · وهى نفسها التى يسميها هوسرل Husserl بالصورة الأزلية للفكر ·

ويمكن أن يقال ان كل منطق يعتمد على موقفين : أولا نظرية الاستدلال التى تدخل فى اطارها حساب القضايا وثانيا نظرية الالفاظ الدالة على الكم أى أسوار القضايا Ouantificateurs ويمكن القول باختصار أن أرسطو كان يجهل هذه وتلك ·

فلم يكن منطقه معتمدا على القضايا الحملية وحسب بل كان أضيق من ذلك فى هذا المجال هذه بالنسبة الى المنطق الحديث أعنى فى الحمل Attribution (حساب المحمولات ونظرية كم المحمول) الذى يتمتع بهذين الموقفين الاساسيين ويهمل منطق أرسطو جانبا الحدود المفردة والقضايا الفردية ·

---

(١) دكتور عبد الرحمن بدوى : أرسطو ص ٧٤ القاهرة سنة ١٩٤٤

ونجده من ناحية الالفـاظ الدالة على الكم أى أسـوار القضايا مثل الكل والبعض أبعد من أن يشير بها الى علامات الدالات الخاصة بالصدق أو الكذب Lesfonctions فدوال الصدق أو الكذب وظيفتها التعبير عن قيمة الصـدق أو الكذب التى يجرى حسابها ابتداء من قيم الصدق فى البراهين • وأسوار القضايا أبعد من أن تشير الى دوال الصدق أو الكذب • وفضلا عن ذلك فهى أيضا أغرب من أن تتناسب مع المنطق الحديث فى مجالها • ومن جملة ماعـرضه أرسـطو فى التحليلات الاولى لانجد أثرا للحدود المفردةأو القضايا الفردية وان كان المنطق التقليدى من بعده قد حشر الحدود المفردة حشرا خالطا بين الافراد والفئات أو التصورات ومدرجا القضايا الفردية فى الكليات ولم يعرف المنطق الارسطى الفئات الفارغة • فهو عبارة عن نظرية منطقية للعـلاقات محصورة فيما بين أربع دالات وظيفية لمتغيرتين :

الكل ••• يكون •••

لاشىء •• لايكون •••

بعض ••• يكون •••

بعض ••• لايكون •••

وقد تولد عن المنطق الارسطى نوعان من التفكير خلال العصور الوسطى أول هـذين النوعين اتجـاه معروف باسم الواقعية • والواقعية هنا بالمعنى الافلاطونى أى بمعنى وجود المبادىء والمثل والقيم وجودا واقعيا فى موقع ما • وحاول هذا الاتجاه مطابقة أفكاره لروح كتاب أرسطو الاورجانون أى الآلة ويقصد بهذا الكتاب فى المنطق أن يكون آلة للعلوم

جميعا من أجل الوصول الى المعرفة · وهنا نجد منطق أرسطو وسط غلالة من الفكر الميتافيزيقى مع اهتمام بروح المقولات الارسطية ·

ولكن هذه الواقعة تخالف أرسطو أولا فى أنها ليست واقعية علمية أرسطية وانما هى مفهوم ميتافيزيقى أفلاطونى تحاول الاستناد فيه الى بعض المبادىء الارسطية وثانيا تفتح هذه النزعة آفاقا جديدة تنشئها بين الواقع والممكن مع محاولة دائمة ، ثالثا فى جعل القياس ذا خاصية واضحة فى اظهار الوجود منفصلا عن الفكرة والفكرة مفارقة للوجود · واستغلت هذه النزعة فكرة الكمال واللانهائية وهى أفكار لم تكن اليونان تعرفها ·

وثانى هذين النوعين هو الاسمية وهو على خلاف النوع الأول تماما لاستبداله الافكار بالكلمات واحلاله الرسوم للاستدلال المنطقى · واستند هذا النوع الى اللغة العادية وانطلق من افتراض النحو الكلى لاعتقاده فى وحدة النظم البنائى اللغوى الذى تقوم عليه اللغة اللاتينية وغيرها ·

واعتاد رجال العصور الوسطى أن يضعوا المنطق جنبا الى جنب مع النحو والبلاغة فى مصاف المواد العلمية التى تهتم باللغة · وحاولت هذه النزعة احصاء أشكال وصيغ القياس ويرجع اليها الفضل فى حصر معظم الحدود التى يجرى استخدامها فى تعليم المنطق · وساعدت اللغة هؤلاء الاسميين على الاحتفاظ بالبحوث المتصلة بالقضايا على الرغم من تحول المجالات مع الابقاء على شكل القياس الارسطى الأصلى دون تبديل أو تغيير · ولهذا زعموا أنهم أقرب من سواهم الى المذهب الارسطى ·

وفى هذه الاثناء تجددت قوانين الفكر مما أدى الى ظهور أول فهم حقيقى لمنطق صورى بمعنى الكلمة بعد القرن الخامس عشر · وكان مما أعان على ذلك الدراسات النحوية واللغوية التى اعتبرها المناطقة صورة للفكر نفسه · وجرى استخدام النحو خاليا من المضمون المعنوى اللفظى كمثال لمعنى الصورية فى الكلام باعتبارها تدل على الخلو من المفهوم اللفظى ـ فيمكنك أن تقول :

« الناس من ذوات الآربع »

بدون أن تتحمل مسئولية ما من المسئوليات أو بدون أن تنتظر حكما بالاصابة أو الخطأ ·

وظهرت نزعة ثالثة هى التصورية للتوفيق فيما بين الاسميين والواقعيين واتخذت هذه النزعة مكانا وسطا فى مشكلة الوجود والماهية مع تحويل مشكلة النزاع بين الوجود الواقعى الافلاطونى والقيم الصورية المنطقية الى مذهب عقلانى · وبهذا يتحول الانسان الى عنصر معرفى موجود داخل كل عملية عقلانية منطقية وادراكية (هيبوستاز Hypostase) حتى يبلغ القمة فى فلسفة بركلى المثالية ·

والواقع أن كل هذه النزعات حاولت أن تبعد عن مركز الاهتمام الحقيقى فى منطق أرسطو · فلم يكن القياس نفسه ذا أهمية كبرى فى حد ذاته وانما المهم هو أن أرسطو استطاع أن يخلق معنى الصورية فى نظرية الاستدلال كما أمكنه أن يقيم نظرية صورية ذات متغيرات · فلم يكتف أرسطو باكتشاف المنطق الصورى بل اكتشف معه الشرط الاساسى الضرورى لكل فكر صورى وهو استخدام المتغيرات · ويكفى تغيير بعض

المصطلحات ليتحول النظام القياسي الارسطى الى نسق بدائى بعض الشيء من حساب البـديهيات • وقد لحظ ليبنتس ذلك عندما أدرك امكان اعطـاء تفسير حسـابى لنسـق القياس الارسطى (١) •

ويمكن الاشارة العابرة أيضا الى أن أرسطو تعرف على امكانية ايجاد نظرية القياس الجهوى syllogisme modal وهى نظرية لم تشع الا مؤخرا فى المنطق الحديث وبذل هاملان Hamelin قصارى جهده من أجل ابرازها فى منطق أرسـطو كما حاول بيكر Becker وضعها فى صـورة تقـريبية حديثة (٢) ولم يصبح المنطق الجهوى (نسبة الى الجهة فى الاحكام كالضرورة والامكان) معروفا فى المنطق الحديث الا مؤخرا (٣) •

## ٥ ـ الحقيقة الصورية :

لقد اتفق الجميع على أن الحقائق نوعان : حقائق تنشأ من ذاتها وحقائق تجرى مجرى الوقائع • فهناك من النوع الأول القضايا التحليلية والقضايا ذات الحقائق المجردة كما هو الحال فى نظريات الهندسة • وهناك من النوع الثانى القضايا التى تصوغ وقائع جزئية فى العالم الخارجى أو فى عوالمنا النفسية أو العضوية •

---

1. Robert Blanché : Vues nouvelle ssur l'ancienne logique — Les études philosophiques (11 éme année-nouvelle série)no : 2-1956—Avril—Juin.

2- Becklr (A.) : Die Aristotelische Theorie der möglichkeits-schlusse—Berlin 1933.

3- Poirier (René) : Logique et Modalités — Paris 1952.

ومنذ فجر التاريخ كان الناس اذا أرادوا البرهنة على خطأ قضية من القضايا التى يتمسك الخصم بصـدقها قاموا بأحد أمرين :

٠٠٠ أما التفنيد الجدلى فى النقاش والبرهان حتى يصبح المتحدث الخصم فى تناقض مع نفسه ٠

٠٠٠ أو الاستشهاد بوقائع محسوسة من التجربة التى نعيشها سواء من جانب الخصم المعارض نفسه أو من جانب الشهود الذين حظوا بقبوله الاحتكام اليهم ٠

ووفقا لهذا الوضع العام المتفق عليه أو لهذا المفهوم المسلم به فى مثل هذه المواقف . أمكن التمييز بين نوعين من أنواع الصواب والخطأ ٠ «الصدق والكذب» الصورى فى القضايا الذى ينشأ عن صورة القضايا أو عن تتابعها وتسلسلها المنطقى و «الصدق والكذب» المادى التجريبى فى القضايا الذى ينشأ عن اتفاق المضمون القضوى أو عدم اتفاقه مع التجربة أو بصفة أكثر تعميما مع معطى معين من المعطيات نشير اليه ٠

اذا اتفقنا على تعريف القضايا بأنها عبارات قابلة للاتصاف باحدى القيمتين المنطقيتين فقط : اما الصدق أو الكذب ٠٠ واتفقنا على الاشارة الى احدى القضايا بالرمز «س» ٠٠٠ ينشأ عندنا حكم تقريرى مؤداه : «القضية «س» اما أن تكون صادقة أو كاذبة» ويكون هذا الحكم صادقا صوريا لمجرد صورته وحدها لأنه يتطابق مع الشرط الأساسى المتفق عليه منذ البداية وهو مانسميه «تحصيل الحاصل» ٠ واذا

اتفقنا على تعريف الكذب بأنه «نفى الصـدق» وحصلنا على الحكم التالى :

« القضية «س» كاذبة وصادقة معا » ·

كان هذا الحكم كاذبا صوريا وفقا للمتفق عليه مما نسميه بالتناقض ·

والحكم القائل :

« يستلزم نسق البديهيات الاقليدى أن يكون مجموع زوايا المثلث مساويا لقائمتين » ·

هـذا الحكم استلزام صـورى أى أن هذه القضية تكون صادقة صوريا مادمنا قد سلمنا بنسق البديهيات الاقليدى وبقواعد منطق الاستدلال (الصورى) : فهى تحصيل حاصل ·

وهـذا الصدق الصـورى مستقل عن نتائج القياسات التجريبية لأشكال المثلثات التى يمكننا اقامتها على سطح الكرة الأرضية أو على الزوايا الموجودة بين كواكب الفضاء الخارجى · والمعنى الحسى العينى للالفاظ التالية : «المثلث ــ الزاوية القائمة لا دخل له فى تقدير البرهان الخاص بالنظرية السابقة التى تعتمد منطقيا على نسق البديهيات الاقليدى وفقا للقواعد المأخوذ بها فى الاستدلال ·

غير أن الأمر مختلف تماما فيما يتعلق بالقضايا التجريبية مثل القانون التالى :

« ينصهر الفوسفور فى درجة ٩٠ مئوية تحت الضغط العادى ·

فهنا يتـدخل المعنى العينى الحَسى للحـدود : الفوسفور ـ ينصهر فى درجة ٩٠ مئوية ـ الضغط العادى · وهذا المعنى يتحدد وفقا للتقابل المتكافىء القائم بين هذه الحدود وبعض أنـواع المواد الكيماوية وبعض العمليات الفيزيائية مثل : «التسخين الى حد الغليان» ·

« قياس درجة حرارة الفوسفور المغلى بالترمومتر» وبعض الشواهد المحققة مثل :

« توافق نهاية عمود من الفضة مع احـدى العلامات فى مقياس مدرج مرقم » فهذه التقابلات المتكافئة تمدنا بالتعريف التجريبى للحـدود المستخدمة · والقضـية هنا محققة مادام مجموع الظروف التى تواجهها متحققة بالفعل وما دام جهاز القياس منظما وفقا لطريقة استخدامه ومادامت قراءة القياس معادلة لما هو منتظر حسب القانون ·

ويطلق عادة اسم القضايا التحليلية على القضايا الصادقة أو الكاذبة صوريا ·

ويطلق عادة اسم القضايا التركيبية على القضـايا التى تصدق أو تكذب تجريبيا · · ·

والأولى تعتمد على جملة الأصـول المتفق عليها فى اللغة وتتعلق بمقدار التوافق ·

والثانية تتعلق بمدى اتفاق تعبيرنا اللغوى مع التجربة وتخبرنا عن الأشـياء الموجـودة فى العـالم المحسوس وخط سيرها ·

فلو قسمنا كل الزهور مثلا الى حمراء وغير حمراء أمكننا دائما تأكيد مايلى :

« وردة الجليد زهرة حمراء ولا حمراء» ولكن التجربة واللجوء اليها وحده هو الذى يرشدنا ويخبرنا بأنها سوداء • ولما كانت القضايا الصورية لاتخبرنا شيئا عن الأشياء وتتعلق فقط بالتعبير اللغوى الذى نصوغه عنها ، فهى بالتالى تبدو لنـا مؤكدة وضرورية . وهى تخضـع ــ فضـلا عن ذلك ــ لشروط مسبقة •

وهكذا ننتهى الى أن قوانين المنطق والاستلزام الصورى التى تؤلف براهين النظريات الاستدلالية هى عبارة عن تحصيل حاصل • وهى صادقة بفضل صورتها ومستقلة تمام الاستقلال عن التجربة •

ويبدو لنا هذا بوضوح اذا سقنا مثلا واضحا من القضايا المستنبطة أو المستدل عليها بوصفها نظريات فى نسق من البديهيات • فنظريات العلوم الاستدلالية كما هو الحال فى الهندسة ليست ضرورية بلا قيد ولا شرط وانما هى شرطية ضرورية ولا تكون صحيحة صوريا الا بشرط مزدوج فى أن تكون قائمة على الاشارة الى نسق من البـديهيات والى قواعد المنطق الاسـتدلالى التى تعين على استنباط قضـايا تحصـيل الحاصل المتعادلة من نسق القضايا • فمثلا نظرية فيثاغورس ليست صادقة صوريا الا لانها تشـير الى بديهيات اقليدس • وتكون كاذبة صوريا اذا أشرنا بها الى بديهيات لوباتشفسكى أو ريمان • وليس كل هم هنـدسة اقليدس أن تثبت صـدق نظرية فيثاغورس • ولكنها تبرهن على أننا اذا سلمنا بنسق البديهيات الاقليدى نكون ملزمين بالاخـذ بصـدق نظـرية

فيثاغورس وفقا لقواعد الاستدلال · وباختصار لاتبلغنا هندسة اقليدس ما اذا كانت نظرية فيثاغورس صادقة أو كاذبة ولكنها تبلغنا ضرورة الاستلزام المنطقى الذى يستنبط بتحصيل الحاصل هذه النظرية من نسق البديهيات الاقليدى· وينبغى التعبير عن نظرية فيثاغورس فى عبارة صحيحة فى صورة قضية شرطية «اذا سلمنا بقوانين منطق القضايا ، وسلمنا بنسق بديهيات اقليدس كانت نظرية فيثاغورس صادقة صوريا » ·

ومن هنا تعتبر الحقائق الصورية مستقلة عن التجربة والحقيقة الصورية للنظرية التى تقول :

« تستلزم بديهيات اقليدس أن يكون مجموع زوايا المثلث مستقيم الأضلاع معادلة لقائمتين «تشير الى استلزام منطقى لايقحم المعنى الحسى العينى للحدود «المثلث مستقيم الاضلاع» «الزاوية القائمة» ··· أى أنهـا لاتقحم التكافؤ بينها وبين أشياء معينة أو فئات من الأشياء أو خصائص وعلاقات لأشياء من العالم المحسوس ·

فالاستدلال لايعتمد الا على صورة الكلام الذى نقوله ولا علاقة له بالمادة التى نتكلم عنها ·

ومن المحتمل أن تكون القضية صادقة صوريا وكاذبة ماديا (وماديا هنا نسبة الى المنطق المادى الذى يبحث فى الوقائع المادية الخارجية) أو العكس وفقا لما نضعه منهما موضع الاعتبار · ويمكن أن تكون صوريا كاذبة وصادقة فى آن معا كما هو الشأن فى نظرية فيثاغورس فهى كاذبة اذا نظرنا اليها

فى علاقتها بهندسة ريمان أو لوباتشفسكى وصادقة اذا نظرنا اليها فى علاقتها ببديهيات هندسة اقليدس ·

## نظرية المنطق :

واذا أصبح المنطق مجموعة من التطبيقات الاستدلالية على حقائق صورية على النحو الذى وصفنا ·· فهل يبقى هناك مجال بعد ذلك لنظرية فى المنطق ·

لاشك فى وجود تفسيرات محددة فى كل منطق وفقا للعادات المكتسبة لدى كل أستاذ أو كل مدرسة فى استخدام الرموز ذاتها · وقد اختلف الكثيرون حول استخدامهم لرمز دون آخر وحول معنى هذا الرمز أو ذاك وطريقة كتابتها خاصة وأن استقرارها فى آخر الأمر أصبح متوقفا على طول ممارستها وتداولها والشكل النهائى الذى تصير اليه ·

ولكن السؤال الآن : هل تختفى نظرية المنطق ويعود المنطق الى حالته التطبيقية الخالية من المنظورات العقلية التى تتحرك قضاياه خلالها ، هل يصبح المنطق مجرد تطبيق للقواعد واستنباط صدق قضايا من صدق قضايا أخرى الى ما لا نهاية هل يتحول المنطق الرمزى الجديد الى حساب قضوى يقوم ببعض الاعباء والمهام فى صورة رياضة حديثة أو فى صورة عمليات احصائية ؟·

الواقع أن مشكلة المنطق الرمزى الجديد تكمن فى درجة الشيوع التى يمكن أن نراها فى تطبيقه حتى يمكن التفكير بعد ذلك فى أوجه الاستفادة العملية منه · ولم يصبح هذا المنطق شائعا بعد لدى الكثيرين ولازال مجرد دروس تؤدى

لاستخدامها مرحليا فى نهم قضايا علمية أخرى متفرقة عنها وليس فى استعمال عمليات صورية كاملة فى أوجه مختلفة ·

ولكن برغم ذلك كله يمكن القول بأنه قد تشكلت بعض صور الاستخدام السريع للمنطق الرمزى الجديد حسب اتجاهات ومنظورات فكرية منوعة ·

فهناك بياجيه مثلا الذى لم يلبث أن أجرى تطبيقا فعليا للمنطق الرمزى على مراحل النمو العقلى عند الطفل · وصار المنطق الرمزى معيارا عنــده للنمو من ناحيــة وللتوازن من ناحية أخرى · ولا نملك ازاء هذه الظاهرة من أن نقرر أن بياجيه أخضع علم النفس الناسلى لنظرية خاصة به فى التفكير الارتقــائى فرضت نفسها بالتــالى على منطقه الرمزى ممــا لا مجال لتفصيله الآن (١) ·

وبياجيه قبل كل شىء هو صاحب نظرية المعرفة الناسلية التى ألف فيها كتابا من ثلاثة أجزاء كبيرة الحجم وكتابا صغيرا آخر فى مجموعة Ouesais-Je الفرنسية ليكون بمثابة تعريف عام بالنظرية · وجعل هذه النظرية من شقين : أحدهما نظرية المعرفة الناسلية المحدودة وهى مجموع المعارف والمعلومات التى تتــوفر للبــاحث النفسى فى علم النفس الناسلى وعلم نفس الطفل · ونظرية المعــرفة الناسلية العــامة وهى عبارة عن الرصيد الكامل لكل روافد المعرفة بعــد نقلها الى مســتوى النظرية الفلسفية ·

---

(١) راجع للمؤلف كتاب السلوك والادراك فى علم النفس الناسلى سنة ١٩٧٢ مكتبة الانجلو المصرية ·

وقد ألف جان بياجيه كتـابا مسـتقلا كبحث فى المنطق شرح فى مطلعه الغرض ، والمنهج الخاصين به • وذكر بياجيه الحاجة الماسة الى نظرية فى المنطق على الرغم من عدم الحاجة الى منظورات عقلية فى المنطق الرمزى • ويقول بياجيه فى مطلع كتابه أن الجميع يعترفون اليوم بصدق بديهية أو نظرية فى المنطق بعيدا عن الافكار التى يمكن أن تحتفظ بها عن هذا المنطق الصورى بوصفه نظاما عاما • وهذا يدل على أن اللوجيسطيقا قد احتلت مرتبة تعادل مرتبة العلم بكل معنى الكلمة بفضل المنـاهج الدقيقة التى حلت محل الاجـراءات الفكرية واللفظية التى سـادت فى المنطق التقليدى • ولكن على الرغم من ذلك فليس الاتفـاق كاملا فيما يتعلق بدلالة المبادىء أو الغرض المطلوب أو المناهج المتبعة فى العلوم كلها بما فى ذلك العلوم الاستدلالية •وقد صار شيئا أشبه بالمفارقة أن يضطر المؤلف الى بيان ماسوف يتناوله اذا كان بصدد وضع بحث فى المنطق والى اظهار المناهج التى يعتمد عليها •

وقد حاول بياجيه أن يعرض تعريفا وضعه شارل سرس Serrus لعلم المنطق وهو أنه العلم الوضعى لقوانين الفكر • فلم يلبث أن اكتشف انه سيتعرض لهجوم عنيف من جانب مدرسة أمستردام فى المنطق الرمزى التى ستقول بل هو العلم الوضعى لقوانين التبليغ La Communication وسيتعرض لهجوم آخر من جانب مدرسة حلقة فيينا Wiener-kreis التى لن تلبث أن تقرر أن مبادىء المنطق هى قواعد السينتاكس Syntaxl ومبادىء التراكيب • وقد يختلط قولنا بالتعريف السـابق بتعريف آخر وهو علم قوانين علم نفس الفكر ـ التى كان على رأسها أعلام Denkenpsychologie معروفون كبارمن رجالمدرسة

فورتسبورج Wurzbourg فنجد منهم من يؤكد أن علم النفس هو الذى يتحكم فى عمليات الفكر وتندفع بالتالى الى تيار النفسانيات المختلفة وأصحاب علم النفس الترابطى Assoziation (١)

هذا ولم يذكر بياجيه بقية الاتجاهات التى قد تعارض فى تأسيس المنطق بمنظور معين على الرغم من اتفاقها جميعا على أن المنطق الرمزى هو منطق العمليات الاستدلالية الصورية فهناك مدرسة الوضعية المنطقية الامريكية ممثلة فى كارناب وفى جماعة الـ ــ السيمانطيقيين • وهناك مدرسة التحليل المنطقى الانجليزية عند آير ومدرسة أكسفورد وكيمبردج من أمثال جون ويزدم وتوماس جرينوود • وهناك المدرسة الوضعية المنطقية الالمانية ممثلة فى اشتيكمولر • وهناك الاتجاه الخاص بالمنطق العضوى عند بوارييه فى فرنسا • وهناك أنصار الاكزيوماتيك مثل جودل Godel وجورج بوليجان Georges Bouligand وهناك نظرية الحساب الكامل عند بيرس وكواين Quine وهناك المنطق الصورى لدى دوب Dopp •

والواقع أن أهم وسيلة لاكتشاف ماهية نظرية المنطق هى المنطقة ذاتها •

فالمنطق باختصار هو علم البرهان الذى يميز البرهان الصحيح من الفاسد • وتظهر نظرية المنطق من خلال نوعية الممارسة للعمليات المنطقية ابتداء من مفهومات واضحة عن الطريقة التى يتبعها المرء فى بناء القضايا والاستناد الى صدقها وتحقيق بنائها اللغوى والتركيبى •

---

1- Jean Piaget : Traité de logique p. 2 Paris 1949

# أوليـات المنطـق الرمـــزى

## تعريف المنطق

أدى تاريخ المنطق الى انقسامه الى :

١ ـ صورى

٢ ـ استقرائى

وتعد كلمة منطق مرادفة فى السنوات الأخيرة للمنطق الصورى كما هو الشأن فى هــذا الكتاب · وتنشأ صــعوبة تعريف المنطق من عدم القدرة على اعطائه تعريفا لايكون أكثر اتساعا أو أكثر ضيقا ·

على أننا جميعا نعــرف أن المنطق يتعلق بالبرهان · أما العلاقة بينهما فليست محــددة لدى النــاس جميعا · ويقال لذلك ان المنطق هو فن البرهان · وهــذا من شأنه أن يجعل الناس تعتقد أن درسا فى المنطق سيجعلهم قادرين على تقليب الأدلة فى مختلف الاتجاهات · ولعل ذلك نفسه هو سبب يأسهم من المنطق بعد الاقبــال على دراســته والتعرف على مشاكله الحقيقية · لاشك فى أن المنطق يقــوى قــدرة الانســان على البرهان شأنه شأن أى علم صحيح · غير أن المنطق يوثق الصلة بمدى محــدود جــدا من العمليات المختلفة التى تأخــذ اسم

البرهان • فليست آمـاد تطبيق المنطق بنفس التوسع الذى يطمع فيه الرأى الشائع •

فالمنطق كعلم صحيح لايحتوى على كل نمـاذج البرهان الاستنباطى • ومثل ذلك البرهان الذى تستنبط فيه النتائج من مقدمات غير متماثلة •

يعنى المنطق فقط بنماذج من الاستدلال من حيث صحته وخطئه ، ومن حيث صلاحيته أو عدم صلاحيته بفضل صورة الاستدلال وحدها ولا شىء عداها •

ويمكن أن نعرف المنطق مؤقتـا كعلم يبحث فى صـور القضايا (مثل صور الأحكام) وتسلسل القضـايا التى تنشىء نماذج من الاستدلال • المنطق اذن علم الاستنباط الصورى• وهو يصوغ قـواعد محـددة يسيرة الانطبـاق لاختبار شتى الاستدلالات • وتسمح هذه القواعد ببناء استدلالات ابتداء من قائمة من المبادىء •

## الاستدلال الصورى وغير الصورى :

خذ الأمثلة الآتية :

١ ــ اذا أطلق حسن النار

أو كان ابراهيم حاضرا عند مقتل فؤاد

فاما أن يكون صـفوت قـد أقسم حانثا ، أو أن تكون السلطة التنفيذية غير مختصة •

٢ ـ فاذا كان الأمر على النحو التالى :

اما أن ابراهيم كان حاضرا عندما قتل فؤاد أو أن صفوت قد أقسم حانثا ..

اذن فالشرطة فاسدة .

٣ ـ ليست الشرطة فاسدة .

٤ ـ أطلق حسن النار .

اذا شئنا الاستدلال من هذه القضايا على أن السلطة التنفيذية غير مختصة فلن يكون ذلك ميسورا . حتى لو وصلنا الى نتيجة فلن نثق تماما فى تدليلنا العقلى .

ولكن اذا استعنا بعدة صيغ منطقية يسيرة التطبيق يمكن حل هذه المشكلة وغيرها من المشاكل الأكثر تعقيدا بيقين تام . وليست فائدة توفير الوسائل التقنية فى المنطق قاصرة على التقليل من فرص الخطأ ولكنها تحد من الجهد العقلى المبذول من أجل الحصول على نفس النتائج .

ويمكن الانسياق الى تناول المشكلة التى تتعلق بامكان الاستدلال ابتداء من نموذج القضايا المتتابعة السابقة عن طريق المنطق لأن النتيجة الصحيحة تتبع المقدمات صوريا .

ولكن مامعنى «الصورة» فى المنطق

مامعنى «صورة القضية» .

وما معنى «صورة التسلسل الاستنباطى للاستدلال» ؟

وكيف يختلف الاستنباط الصورى من الاستنباط غير الصورى ؟ كيف تختلف سلسلة الاستدلال الصحيح بفضل

صورته من سلسلة الاستدلال الصحيح بغير فضل صورته ؟

لتوضيح ذلك نأخذ هذا المثل :

( أ ) «ليس س من الثدييات» يتلو ولكن غير صوريا من :

(ب) «س نبات»

تتلو القضية الأولى من الثانية بسبب المعانى الخاصة لكلمات : ثدييات ونبات وحدها بحيث يستطيع المرء استنباط الواحدة من الاخرى اذا عرف معاني الحدود فقط • فمن (ب) مع هذه :

(جـ) اذا كانت س نباتا •

اذن ليست س من الثدييات •

تتلو (أ) صوريا •

واذا لم يعرف الشخص معنى كلمتى «نبات» و «ثدييات» وكان كل مايعرفه هو مبادىء المنطق كان فى امكانه أن يؤدى استدلالا سليما • اذ يمكن أن نقول اذا تلت قضية قضية أخرى صوريا كانت العلاقة المنطقية بين القضايا مستقلة عن معناها الخاص • وليس فهم كيفية استقاء قضايا من قضايا أخرى بفضل صورتها عن طريق الامثلة نفس الشىء مثل معرفة حقيقة الفكر الرئيسية عن الصورة فى المنطق • وهذا لايتوفر الا اذا أدركنا حقيقة المنطق بوصفه نظاما تجريديا •

## طبيعة التجريد فى المنطق :

يقال الشىء مجرد اذا نظر اليه معزولا عن أى ارتباطات•

ويهدف بحث الطاقة فى الفيزياء على الرغم مما يتضمنه

من تجريب لآجسام معينة فى حالة سقوط أو فى حالة انشقاق الى اقامة معـالم عامة لأى جسم متحـرك دون تعلق بجسـم بالذات • فمثلا :

الطاقة = الكتلة × السرعة

فهذه المعادلة تعزل التصورات الخاصة بالطاقة وبالكتلة وبالسرعة من أى ارتباطات مثل «طاقة هذا الجسم الساقط» أو «سرعة هذا الصاروخ» •

وكذلك فى الحساب الذى يمثل مرحلة مبكرة وان كانت كبيرة فى سبيل التجريد نأخذ الأرقام فى اعتبارنا مستقلة عن الاشياء العينية الماثلة كالنقود أو البرتقالات • وتتأدى نتائج هذه العملية بطريقة مجردة فى صورة معادلات •

وأهم ميزة لتجريد التصورات من ارتباطاتها العادية هى اظهار العلاقات بين التصورات التى لو تركناها لحالها لغمضت تحت تأثير فحوى الكلام • وهذا يساعدنا على تحديد قواعد عالية التعميم ذات مجال تطبيقى واسع •

وعلى ذلك يكون المنطق تجريديا لانه يهتم بموضوع غير تجريبى المحتوى ولان فحوى قضاياه ليس من الكلام العادى مثل :

كل الحلاقين ثرثارون

منى وسعاد جابتا أنحاء العالم

اذا استمر فى مهنته التى لا مستقبل لها وصل بالتأكيد الى نهاية سيئة ••

فليس موضوع المنطق متعلقا بأفكار تجريبية مثل : ثرثار والبلاد والمهنة غير ذات المستقبل · بل يعنى المنطق بعناصر أخرى للاحكام التى ينتزعها وينظر اليها فى التجريد · وبهذا يقوم المنطق بتجريد صورة القضية من محتواها ·

وعلى ذلك يمكن تحديد معنى قولنا «صورة القضية» بالرجوع الى تصورات سنطلق عليها اسم «الثوابت» و «المتغيرات» يمكن أن نحدد هنا مدلول الصورة بتعيين طريقة استعمالها في علاقات مشابهة الى حد ما ولكنها أكثر ألفة ·

فنحن نتحدث مثلا عن صورة السوناتا فى الموسيقى · وصورة الاغنية أو السونيت فى الشعر ونعنى بها فى كل حالة الطريقة التى يتم بها التاليف لانتاج شىء معقد مفرد هو المقطوعة أو القصيدة · والتعريف الذى نعطيه للسوناتا من حيث الشكل يعين الطريقة التى تؤلف بها عناصرها :

« السوناتا صورة (شكل) ذات ثلاثة أجزاء (أ) تحديد أولى للموضوعات (ب) تطورها (جـ) اعادة استسلامها» ·

ويعين الاسكيم وهو الشكل التخطيطى أو الرسم الاجمالى الخاص بالوزن والقافية ، طريقة تأليف العناصر فى السونيت:

**الرسم الاجمالى الخاص بالوزن والقافية فى طريقة تأليف العناصر فى السونيت :**

| الوزن | القافية |
|---|---|
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | أ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | ب |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | ب |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | أ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | أ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | ب |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | ب |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | أ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | جـ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | د |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | جـ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | د |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | جـ |
| ــــ ٥ ــــ ٥ ــــ ٥ – ٥ – ٥ | د |

والصورة أو البناء أو الشكل أو الهيئة أو القالب التكوينى للسونيت أو للسوناتا عامل مشترك بين أشعار كثيرة ومؤلفات موسيقية كثيرة • وبمثل هذا المعنى يستخدم المناطقة كلمة الصورة عندما يتحدثون عن صورة القضايا •

وتشتبك التصورات عادة فى الحديث العادى وفى اللغة العلمية فى صور وأبنية منوعة متعلقة بالقضايا وتقام الاستدلالات وتحدد صحتها وخطأها بالاشارة الى المبادىء الصورية • غير أن المبادىء الصورية لاتحظى عادة بالالتفات على نحو ما تشغل الصورة فى الموسيقى وفى الشعر جمهورها • ولا ينظر الى القضايا سواء كانت بسيطة أو معقدة من حيث

صـــورها الا فى المنطق أولا وقبــل كل شىء ·· ـ فالمناطقة يقومون بعزل هذه الصور من محتواها الخاص بقصد تحليلها التحليل الملائم ·

ويقصد المناطقة من وراء ذلك استخلاص المبادىء العامة التى يمكن استخدامها من أجل اختبار الاستدلالات · وعلى ذلك يمكن تعريف المنطق بوصــفه : «فن الريادة الصــحيحة للعقل» (على نحــو ماعــرفته طائفــة بورويال سنة ١٦٦٢) وبوصفه العلم الذى يحدد المبادىء بحيث يمكن اختبار صحة أى نوع من الاســتدلالات الصورية عن طريقها · فقد يكون شخص ما قادرا على أن يرى التــدليل العقــلى المتضــمن فى البرهان التالى غير صحيح بغير معرفة السبب بوضوح ·

كل الثعلبات آكلة لحوم

وكل الثعالب آكلة لحوم

∴ كل الثعلبات ثعالب

ولكن قد لايرى المرء أن الاستدلال غير صحيح · وبتجريد صور هذه القضايا يســتطيع المناطقة أن يقرروا بوضــوح وتعميم السبب الذى لاتترتب النتيجة على المقدمة من أجله فى المثل السابق ·

وما يهم المناطقة على حد تعبير رســل فى «مقــدمة الى الفلسفة الرياضــية» (ص ١٩٦ ـ ١٩٨) يتحدد على هــذا النحو :

« نحن لانعنى فى هــذا الموضوع بالاشــياء الجزئية أو بالصفات الجزئية · ولكننا نعنى صوريا بما يمكن أن نقوله

عن أى شىء أو أى خاصية ، ونحن على استعداد لأن نقول ١ + ١ = ٢ ولكن لا أن نقول : سقراط وأفلاطون اثنان لاننا لم نسمع اطلاقا فى حدود قدراتنا كمناطقة ورياضيين خلص عن سقراط وأفلاطون ٠

وليس مسموحا لنا كمناطقة ورياضيين أن نذكر أى شىء على الاطلاق لأننا لو فعلنا ذلك أقحمنا بذلك شيئا غير متعلق بموضوعنا وغير صورى ٠

وقد يتضح ذلك بمثل من القيـاس ٠ فالمنطق التقليدى يقول : «كل الناس فانون» ٠

سقراط انسان

∴ سقراط فان

ومن الواضح أن مانعنى تقـريره هنا هو مجـرد كون المقدمات تتضمن النتيجة وليس كون المقدمات والنتيجة صحيحة فعلا ٠ بل المنطق التقليدى نفسه يشير الى أن الصدق الفعلى فى المقدمات لا علاقة له بالمنطق ٠

وعلى ذلك فأول تغيير ينبغى أن نجربه فى قياس المنطق التقليدى هو أن نضعه فى الصورة الآتية :

« اذا كان كل الناس فانين وسقراط انسان كان سقراط فانيا » ٠

ونستطيع أن نلاحظ الآن أن البرهان صـادق بفضـل صورته أو صيغته لا بفضل الحدود الجـزئية الجـارية فيه ٠ ويمكن احلال (أ) محل ناس و (ب) محل فانون و (س) محـل

سقراط بحيث تكون أ ، ب أى أصناف كانت و س أى فرد ٠ وبذلك نصل الى القضية :

لايهم مايمكن أن يكون لـ (أ) ، (ب) ، (س) من قيم ٠

فاذا كان كل ماهو أ ٠٠٠ هو ب وكان س ٠٠٠ أ

∴ س ٠٠٠ ب

وهاهنا نجد فى النهاية قضـية منطقية بالمعنى الصحيح وهى القضية الوحيدة المقترحة لتحل محل العبارة التقليدية عن سقراط والناس والفناء ٠

فمن الواضح أن الاستدلال الصورى اذا كان مانهدف اليه فسنصل دائما فى النهاية الى قضايا مثـل هـذه حيث لاتوجد أشياء أو صفات اطلاقا ٠

وهذه هى الضرورة التى تفرضـها الدراسـة المنطقية بوصفها صورية بحتة» ٠

فاذا ما انتهينا من اعداد القضـايا الصـورية أمكننا تنظيمها وفقـا لنظام صحيح ٠ أعنى أنهـا توضع من ثم فى نسق استـنباطى بحيث يمكن اسـتنباط بعض قضـايا من مجموعة مختارة من القضايا ٠ ويخضع الاسـتنباط لقـواعد مقررة فى الاجراءات ٠وهندسة اقليدس هى النموذج الحقيقى للنسق الاستنباطى لكل من درس الرياضيات ٠ فهناك أمكن تحديد مجموعة من التصورات والبديهيات التى تتضمن هذه التصـورات ومنهـا تجمعت أيضا مجمـوعة من النظـريات المبرهنة ٠

ولاشك أن أهم خصائص التطورات الحديثة فى المنطق وأبرز مميزاته هى تنظيم مواده فى نسق استنباطى مماثل لنسق اقليدس ·

ولم تعد القضايا توضع فى نظام بلا هدف وانما صارت توضع فى نظام استنباطى ابتداء من مصادرات · وهى بذلك تكون نسقا حقيقيا بدلا من الحقائق المبعثرة فى المنطق القديم ·

## صورة القضية :

قد يكون من السهل التعرف على معنى صورة القضية وان كنا فى حاجة الى صياغة صحيحة لمعنى صورة القضية كى نستخرج منها جملة خصائصها ·

وسنحاول الآن مؤقتا أن نصور مانعنيه بصورة القضية وما نعنيه بالفرق بين صورة القضية وموضوعها أو محتواها وفحواها ·

ونبدأ باستعراض عدد صغير من التصورات الصورية المألوفة ··

كل

يكونون

اذا ··· ، اذن ····

ولننظر الآن فى هاتين القضيتين المختلفتين :

١ ـ كل الكواكب تكون أجساما مضيئة بذاتها ·

٢ ـ كل الجان تكون كائنات ملتحاة ·

واذا وضعنا بين أقواس كل الوحدات فى المثل (١) ، (٢) فيما عدا كل الكلمات التى تشير فى القائمة الى التصورات الصورية هكذا ..

١ ــ كل (الكواكب) تكون (أجسام مضيئة بذاتها) .

٢ ــ كل (الجان) تكون (كائنات ملتحية) .

ثم نهمل الوحدات بين الأقواس هكذا :

كل (ـــــ) تكون (ـــــ)

نستطيع اذن على نحو ما أن نرى المقصود من الفرق بين صورة القضية وموضوع القضية أو محتواها وفحواها .

فالموضوع أو المحتوى أو الفحوى فى القضية يتكون من كل هذة الوحدات بغض النظر عن التصورات الصورية بحيث أنه اذا اكتملت لنا قائمة بالتصورات الصورية كلها استطعنا أن نتبين الموضوع أو الفحوى أو المحتوى فى أى قضية من القضايا . والصورة هى ما يتكون من التصورات الصورية وحدها .

وينظر المناطقة الى المثلين (١) ، (٢) كقضيتين بسيطتين فى مقابل القضايا المركبة .

ولا تحتوى القضايا البسيطة على قضايا اخرى تكوينية بينما تحتوى القضايا المركبة على قضاياأخرى تكوينية .

فمثلا :

(اذا كانت كل النجوم اجساما مضيئة بذاتها لم يكن فى النجوم كواكب )

تعد قضية مركبة لأنها مزيج من قضيتين بسيطتين :

كل النجوم أجسام مضيئة بذاتها

لا نجوم كواكب ٠

موصولتين بعلاقة :

( اذا كان ٠٠٠ اذن ٠٠٠)

وبالرجوع الى أجراء مشابه للاجراء الذى اتخذناه بشأن القضايا البسيطة يمكننا آن نرى المقصود من عبارة «صورة القضية المركبة» فاذا وضعنا العبارات الاساسية المكونة للقضية فى :

(اذا كانت كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها فليس فى النجوم كواكب) بين أقواس على النحو التالى :

اذا كانت (كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها) ٠

اذن (ليس فى النجوم كواكب) ٠

ثم نخلع العبارات الأساسية المكونة :

اذا كان (ــــ) اذن (ــــ)

يصبح من الواضح مانقصده بالصورة وما نقصده بالفحوى أو موضوع القضية أو مادة القضية فى القضية المركبة ٠

وقد اعتدنا حتى الآن أن نقول ان مهمة المنطق الأساسية تختص بالصورة أو بهيكل القضية وكذلك ببعض العلاقات التى يمكن أن تقوم بين القضايا بعضها بعضا مثل علاقة ( اذا كان ٠٠٠ اذن ٠٠٠)

وعلى ذلك فمن الضرورى أن نميز بين صورة القضية وبين العلاقة بين القضايا (على نحو مايحـدد المناطقة هـذه العلاقة) • والواقع أن أى علاقة بين قضايا هى مجرد نموذج بين علاقات أخرى عديدة تدخل ضمن مانسميه صورة القضية • فالعلاقة :

( اذا كان • • • اذن • • • )

التى تربط بين القضايا البسيطة التى تدخل فى تكوين القضية المركبة :

اذا كانت النجوم أجساما مضيئة بذاتها •

اذن ليس فى النجوم كواكب •

هى صورة تلك القضية • وتتحول الدراسة للعلاقات بين القضايا الى دراسة لصور القضـايا المركبـة بحيث تدخـل العلاقات بين القضايا ضمن صور القضايا •

وبعبارة أخرى اذا كنا نعنى بكلمة قضـايا فى عبـارة «صور القضايا» كلا من القضايا البسيطة والمركبة (كما نفعل عادة بالفعل) فسـنحتاج اذن فقط لهـذه العبـارة (صـور القضايا البسيطة والعـلاقات القائمة بين القضـايا من أجل تحديد المادة التى يختص المنطق بدراستها •

## أسئلة وتمرينات

١ ـ حاول تحديد ما اذا كان من الممكن اثبات صحة نتائج البراهين الآتية : وبين أسباب ذلك بوضوح :

( أ ) اذا امتلك شخص حصانا اشترى عشبا

غير أنى لا أملك حصانا

وبالتالى لا أشترى عشبا .

(ب) كل أهل فيرجينيا من المكسيكيين

وكل المكسيكيين يتحدثون الانجليزية

اذن كل أهل فرجينيا يتحدثون الانجليزية .

(جـ) اذا توفرت ثلوج ثقيلة

رحلت فرقة الانزلاق على الجليد

واذا رحلت فرقة الانزلاق على الجليد

أقيمت حفلة شاى .

اذن اذا توفرت ثلوج ثقيلة أقيمت حفلة شاى .

( د ) يتعشم حسن نيل الجائزة الأولى .

فاذا تعشم نيل الجائزة الأولى عمل بجهد مضاعف ، ولكنه اما أن يسقط مريضا فى الامتحان أو لايعمل بجهد مضاعف واذا سقط مريضا فى الامتحان لن ينال الجائزة الأولى

اذن لن ينال حسن الجائزة الأولى ٠

٢ ـ حاول تحديد ما اذا كان فى الامكان اثبات أى نتيجة من الأحكام الآتية :

( أ ) اما أن يكون (أ) سياسيا ورجلا غير شريف

والا فهو ليس فى الوضع الذى يسمح بأن يكون اما رجلا موسرا أو بلا تقدير كبير ٠

اذن (أ) بلا تقدير كبير ٠

فهل يمكن اذن اثبات ما اذا كان (أ) سياسيا أم لا ؟

(ب) ١ ـ اذا كان (أ) هو (ب)

اذن (ص) هو (د)

فاذا كان (أ) هو (ب)

اذن (س) هو (ع)

٢ ـ (ص) هو (د)

ولكن (س) ليس (ع)

فماذا يمكن اثباته بشأن ما اذا كان (أ) هو (ب)

(جـ) ضع العبارات التالية محل ـ ٢ ـ فى (ب) وامزج كلا منها على حدة برقم ـ ١ ـ

ـ ٢ ـ ق ـ اما (ص) ليس (د) أو (س) ليس (ع)

ـ ٢ ـ ك ـ (ص) هو (د) ولكن (س) ليس (ع)

ـ ٢ ـ م ـ (ص) هو (د) و (س) هو (ع)

ما الذى يمكن اثباته فى كل حالة فيما يتعلق بما اذا كان (أ) هو (ب) ؟

( د ) اذا ضيع (س) وقته فى اللهو ولم يذاكر دروسه سيفشل فى حياته الخاصة وسيكون خسارة بالنسبة الى المجتمع ٠

ولنفرض ان (س) لم يفشل فى حياته الخاصة وأن كونه خسارة بالنسبة الى المجتمع أمر غير مؤكد ٠

فما الذى يمكن اثباته عما اذا كان يضيع وقته فى اللهو أو لم يذاكر دروسه ٠

(هـ) اذا كانت سعاد تحب الحيوانات حقيقة

وكانت تحب الفئران

فهى لاتحب القطط

واذا كانت تحب القطط

فهى لاتحب الكلاب

وسعاد تحب الفئران والقطط والكلاب

فهل هى تحب الحيوانات حقيقة ؟

٣ ـ (أ) انظر المسألة الآتية :

لنفرض ان السياسيين فى مدينة معينة يكذبون على الدوام ، بينما لايكذب غير السياسيين على الاطلاق ٠٠٠ ويسأل أحد الوافدين الى المدينة مواطنا من أبنائها (س) الى أى الفئتين ينتمى ؟

فيقول (ص) ان (س) قال عن نفسه انه ليس سياسيا ·

ويقول (×ل) «ليس (س) سياسيا»

فكم عدد السياسيين وكم عدد غير السياسيين ؟

( ملحوظة : هل يمكن أن يقـول (س) : «أنا سياسى» ؟ قان مايقوله (س) بعبارة (ل) ·

هل هذه المسألة من النوع الذى يمكن أن يجيبه المنطق ؟

(ب) اعتاد شاب أن يزور راهبة ولى شـبابها واعتقدت الرئيسة المسئولة أنه من الضرورى أن تسألها عن شخصيته · فأجابت الراهبة : انه قريب ·

وسـألت الرئيسـة : ولكن مانوع القـرابة ؟ فأجابت الراهبة : انها قرابة شديدة ياسيدتى ·

(جـ) اذا كنت صيادا ماهرا

فاما انك لاتخاف الأسود

أو أنك لاتخاف الفيلة

وأنت صياد ماهر

وتخاف الأسود

هل يمكن اثبات ما اذا كنت تخاف الفيلة ؟

هل يمكن الاجابة فى عملية صورية ؟

# الأفكار الأساسية

## التصورات الصورية

نحاول عادة فى المنطق التركيز على صورة القضية . فهى فى العادة الفكرة الرئسية التى يلزمنا لتعريفها أن نشير الى تصورات تعد بمثابة مواد البناء وهذه التصورات هى التى تستخدم فى بناء أشكال القضايا العديدة الموضوعية أمام دارسى المنطق .

غير أن هذه التصورات تتميز بأنها صورية . فهى اذن من نوع معين . وتعنى صورية أنها تصورات خالية من المضمون الشىء وتكتفى بتسجيل معنى واضح . خذ مثلا قولنا : التضمن تصور مجرد . اننا نجد صعوبة شديدة فى تعريفه ولا يمكن شرح هذه العبارة الى بالامثلة العملية .

والأمثلة العملية التى تتميز وتوضح ما يقال عليه صورى هى مجوعة التصورات الصورية التى نشير اليها بالعلامة . وهكذا لانعرف كلمة صورى عن طريق صفة موحدة أو خاصة مشتركة بين كل ما يطلق عليه اسم تصور صورى وانما عن طريق تعريف مجال تطبيقها وهو هنا مجموعة التصورات الصورية .

ونلاحظ مبدئيا أن هذه المجموعة الاولية لن تكون تامة

وكاملة وانما سيكون ثمة كثير عداها مما سيطلق عليه اسم التصورات الصورية ٠

فالمجموعة الأولى هى أضيق نطاق للتصورات الصــورية الأولية ويتلوها عدد آخر من هذه التصورات يأتى ذكره فيما بعد ويطلق عليه اسم المجموعة ( أ ) وهى عبارة عن التصورات الصورية التى تجرى بالفعل فى سياق القضايا ولا تزال غير معروفة لدينا ٠

ومعنى هذه أن التصورات الصورية تطلق على المجموعة الآتى ذكرها فيما بعد هى المجموعة (أ) ٠ وسيظل لفظ تصور الأولى كما ستطلق أيضا على مجموعة أخرى غير محددة يأتى صورى غير محدد المعالم ولكنه ســيعرف بتطبيقاته العملية وستزداد ألفتنا له ومعرفتنا به كلما تقدمنا فى الدراسة ٠

وتصورات المجموعة الصورية هى كالآتى :

١ ــ و

٢ ــ أو

٣ ــ لا

٤ ــ اذا كان ٠٠٠ اذن ٠٠٠

ولا شك انه يوجد حد من هذه الحدود على الاقل فى كل عبارة مركبة وبعد استكمال هذه التصورات الصورية الثانية ( أ ) سيوفر احد هذه التصــورات فى كافة العبارات مركبة أو غير مركبة ٠

ومثل هذه التصورات الصورية التى تظهر بوقوعها فى

السياق الخاص بالعبارات ذات المعنى وتتحدد وفقا لمكانها فى العبارة هى فى الواقع كل مادة البحث المنطقى ·

ويعرف المنطق بالتالى على انه مجال الدراسة :

١ ـ الذى نقوم فيه بتحليل التصورات الصورية فى القضايا البسيطة والمركبة (المجموعة والمجموعة (أ)) ·

٢ ـ تنتظم القضايا المبنية على هذه التصورات فى صورة نسق استدلالى ·

## القضايا

القضية هى الوحدة التى يبدأ عندها تحليل التصورات الصورية وهى التى تحتوى على هذه التصورات ·

ويمكن تعريف القضية بأنها جملة اخبارية مثل :

لاتمطر السماء ذهبا

وذلك اذا قارناها بالعبارات الخاصة بالاستفهام أو الأمر مثل قول العقاد فى :

### طيور المقبرة

أفوق القبور غناء الغرام وطيب المقام وصفو السمر ؟

دعيها لناعية فى الدجى وناعق سوء رهيب الخبر

وقد تظن لأول وهلة أن الجملة هى القضية وأن القضية هى الجملة خاصة اذا عرفنا أن القضية تحتوى على بعض الرموز عادة مما يتضمن الاشارة الى جملة عادية ·

ولكننا نستطيع أن نؤكد الفارق بين الجملة والقضية اذا نظرنا فى الامثلة القادمة :

**هذا أسود**

**This is black**

**ceci est noir**

Dies ist schwarz

اذا دققنا النظر عرفنا أن هـذه الجمل المختلفة تعبر عن نفس القضـية فالمعنى هو هو فى كل هـذه العبارات أى أن القضية التى تعبر عنها كلها واحدة ولا تتغير بينما الرموز والعلامات أو الالفاظ (الجمل) تتغير من حالة لأخرى · ولو كانت الجملة هى نفسها القضية لقلنا عن هذه الأمثلة انهـا تمثل أربع قضايا مختلفة وأربع جمل مختلفة · ولكن الواقع أنها قضية واحدة وأربع جمل ·

كذلك نلاحظ أنه كان ينبغى أن تكون هذه الجمل هى هى مادامت معانيها فى الانجليزية والعربية والالمانية والفرنسية واحدة · ولكن الواقع أنها ليست كذلك · اذ يستطيع المرء أن يجد فى تتابع العلامات ما لا يمكن أن يجده فى القضايا · فقد تكون مثلا الجملة الالمانية ذات طول يبلغ البوصتين أو أنها أطول من الجملة الفرنسية ولكن لايمكن أن يجد المرء أى اختلافات مميزة فى القضية التى تعبر عنها الجمل · اذ يستحيل مثلا أن يقال عن معنى الجملة الفرنسية أن طوله بوصتان أو عن معنى الجملة العربية أن طوله خمسة سنتيمترات ومعنى ذلك كله أنه يستحيل الجمع بين لفظتى قضية وجملة فى هوية بحال من الأحوال ·

## تعليق :

وقد يرد الى الذهن هنا اعتراض بأن المعنى لايمكن أن يكون القضية · والعرب القدماء قالوا ان القضية ليست مجرد معنى الموضوع والمحمول فانهما لو اجتمعا فى الذهن بدون الحكم لم يكن الحاصل قضـية · ذلك أن القضـية انمـا تتم بمحكوم عليه وهو الموضوع ومحكوم به وهو المحمول ونسبة تربط المحمول الى الموضوع ربط ايجاب أو سلب وهى النسبة الحكمية أو القضوية · وقال ابن سينا فى الشفاء ليس مجموع معانى القضية معنى الموضـوع والمحمول بل تحتـاج الى أن يعتقد الذهن مع ذلك النسبة بين المعنيين ·

فالقضية اذن وفقا لتعريفنا السابق هى النسبة الحكمية أو القضوية التى تبقى فى معنى القضية ذات الأساليب أو الرموز التعبيرية المختلفة ·

ولكن من حسن الحظ أن العرب قد تكلموا فى هذا المعنى الذى نحدد به القضية هنا · أعنى أن المناطقة العرب (وبخاصة فى حاشية على بن محمد الجرجانى على قطب الدين الرازى على متن الشمسية فى المنطق) يقولون ان القضية تطلق تارة على الملفوظة وتارة على المعقولة والاسم الثانى أولى لان المعتبر هو القضية المعقولة · بل واعتبرت الملفوظة نفسها لدلالتها على المعقولة · فسميت قضية تسمية الدال بالمدلول ·

اذن فمن المؤكد أن الكثير من الجمل قد تشـير الى قضية معقولة واحدة · فتكون القضية الملفوظة واحدة والجمل المعبرة عنها كثيرة · وهذا هو مايميز القضية من الجملة · فالقضية اذن هى النسبة الحكمية التقـريرية التى تتأدى فى أى تعبير

لغوى ، وفى أى من اللغات . وهى الوحدة التى يبدأ عندها تحليل التصورات الصورية المذكورة فيها . وسنحرص من ثم على التفرقة بين الجملة والقضية فى كل كلامنا القادم بحيث تقتصر الجملة على الاشارة الى الالفاظ التى ترمز الى القضية المعبر عنها وبحيث تقال القضية عند بدء الكلام عن تحليل المعانى أى عن الوحدة الخاضعة للتحليل . وهكذا تكون القضية فى مقابل الجملة التى تعد تحليلا نحويا لاجزاء الكلام .

## الصدق

غير أنه من الشائع والجارى فى باب المنطق بعامة أن القضية هى أى شىء يحتمل الصدق أو الكذب . والصدق والكذب كما نعلم موضوعان يخضعان للبحث الدقيق فى فرع نظرية المعرفة حيث يخصص باب كامل تحت عنوان نظريات الصدق . أما هنا فالمعتاد فى باب المنطق هو اظهار أوجه وأسباب اهتمام المناطقة بتصورات الصدق والكذب .

خذ مثلا :

**١ ــ كل الأشقاء ذكور**

**٢ ــ اذا كان الشكل مربعا كان ذا أربعة أضلاع .**

**وفهم الألفاظ المستخدمة فى هذه العبارات يكفى لتحديد صدقها . وعلى ذلك فمعرفة صدقها مستقلة عن ملاحظة مسائل فى الواقع الخارجى .**

**كذلك :**

**٣ ــ بعض الأشكال مربعة وغير رباعية الأضلاع معا .**

ويكفى هنا فهم الألفاظ للتأكيد من كذب هذه القضية. والمنطق لايهمه الواقع · ومن مثل هذه القضايا يتألف النسق الاستدلالى ، ويهتم عالم المنطق بالقضايا مثل :

الدنيا اما ممطرة أو غير ممطرة ·

اذا كانت الدنيا غير مشمسة فمن الخطأ أنها مشمسة ودافئة معا ، وهى قضايا صحيحة ضرورة بفضل وضعها معا أى بفضل صورها · فالعالم المنطقى يهتم بصور هذه القضايا لصدقها بفضل صورها ·

## المتغيرات

من أجل فحص صورة القضية بدون توقف عند مضمونها المعنوى استخدم المناطقة تصورا معروفا لدى الرياضيين وهو المتغيرة ·

فبواسطة المتغيرات يمكن دراسة صورة القضية بمعزل عن عدد لا حد له من القضايا التى تماثلها · والطريقة هى احلال متغيرات محل العناصر غير الصورية بالقضية · فمثلا انظر الى صورة القضية :

ـ اذا كانت كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها ، فالنجوم ليست كواكب ·

بمعزل عن مكونات القضية وجدنا أننا استخدمنا متغيرات دون أن نعلم · ففى صورة القضية :

اذا (          ) ، اذن (          )

والأقواس الموجودة تحل محل القضايا المكونة التى تلعب

دون متغيرات مادام فى امكاننـــا ابدالهــا بأى زوج آخــر من القضايا نقبله فنحصل على قضية مدمجة صادقة أو كاذبة ٠

وكل منا يعرف استخدام المتغيرات فى الرياضيات ٠

فمثلا : ٢ س = ص

وتصـــور المتغيرة فى المنطق هو نفس اســتخدامها فى الرياضيات ، وكل مابينهما من فرق هو نوع الاشــياء التى تنطبق عليها فى كلا المجالين ٠ ففى الرياضيات تعــد القيم الخاصة بالمتغيرات اما «أرقام» أو «نقاط» الخ ٠٠٠

فمثلا : ٢ س + ص = ٥١

والسياق الذى تظهر فيه المتغيرة هو الذى يحدد عادة نوع القيم ، التى تأخذ المتغيرة دلالتها منها ٠

فمثلا : اذا قلنا ٧ > س > ٥ ( > معناها يستلزم)

فاذا حل رقم محل (س) كان ذلك اما صادقا أو كاذبا ٠

أما اذا أحللنا لونا محلها فلا معنى للعبارة ٠

واذا قلنا (س ثقيلة) كان معنى ذلك أن (س) شىء من الأشياء التى توصف بأنها ذات وزن ثقيل ولابد من احــلال هذا الشىء محل (س) ٠

واذا قلنــا (س صــادقة) كان معنى ذلك أن (س) تعبير يحتمل الصدق والكذب وليس شيئا آخر ٠

وقد ينصب اهتمامنا على العــلاقات بين القضايا بدون

أدنى اهتمام بتحليل القضايا الجزئية صاحبة هذه العلاقات ·
فقد نبدأ بفحص صـور القضـايا المدمجة compound التى
تتألف من مركبات components وفى هـذه الحـالة سنستخدم
متغيرات مشروطة بشروط أخـرى أى أنهـا متغيرات قيمها
عبارة عن قضايا أخرى ·

فالمتغيرات تقع عادة فى سياق تصور أو عـدة تصورات
معقدة تنطوى على عناصر غير متغيرة ، ويعنينا السياق نفسه
على تحديد هذه المتغيرات وربطهـا بفئـة معينة من القيم ·
ولا توجد متغيرة تستخدم بمعزل عن ظروف محيطة تتدخل فى
تحديد صف من القيم ، وبدلا من استخدام الاقواس للتعبير عن
صورة القضايا سنستعمل رموزا تشير الى المتغيرات وسندخل
رموزا تشير الى المتغيرات وسـندخل فى قائمتنا التى سبقت
الاشارة اليها التصور الصورى للمتغير · وهذا هو مانقصده
بقولنا المتغيرات ذات القيم التى هى نفسها عبارة عن قضايا ·
وليس يهم بأيهما نبـدأ لان كل التصـورات التى تقع ضمن
قائمتنا سيجرى استعمالها فى كل من الحالتين : ولن يكون ثمة
سوى اختلاف واحد ببساطة فى الطريقة التى نستعملها فى
ترتيب الموضوع المنطقى logical material ·

وتتعلق صور القضايا المدمجة compound بصـياغة
ليست شيئا متغيرا عابرا · بل المتغـيرة تحتفظ بهـوية يتم
عدد من القوانين ذات التعميم الكبير التى بفضـلها سيمكن
اختبار مجال واسع عريض من الاسـتدلالات الاستنباطية ·
وسيطلق اسم الحساب الاولى للقضايا على هذه الاستدلالات ·
وعند وضعها سنستخدم عددا من المتغيرات من نوع خاص وهى

ذات القيم المحددة فى شكل قضايا فقط • وتلك القيم اسمها «المتغيرات القضوية وتمثلها الرموز :

س ، ص ، ل ، م الخ •

وتضيفها الى قائمتنا من التصورات الصورية هنا فتصبح :

١ ــ لا

٢ ــ و

٣ ــ أو

٤ ــ اذا كان ••• اذن •••

٥ ــ س ، ص ، ل •••

ويلاحظ أن التصورات من (١) الى (٤) هنا تعتبر ثوابت لتمييزها من المتغيرات فى رقم (٥) ونرجو العلم بأن المتغيرة يتم التعرف عليها فورا من خلال الظروف المنوعة بواسطة السياق المتكرر بحيث يمكن لمتغيرات كثيرة أن توجد معا فى نفس السياق كلا بهويتها الخاصة بها وهذا ماقاله رسل وهوايتهيد فى تعريف المتغيرة بمطلع كتاب البرنكيبيا (ص ٤ ــ ٥) فالمتغيرات لايطلق عليها هذا الاسم لتغيرها الطائش وانما لاننا لانستطيع تغيير قيمها وآن نجرى تبديلات عليها •

## الدوال القضوية

الدالة القضوية هى أى مزيج من التصورات الصورية وغير الصورية التى تتضمن متغيرات واحدة أو أكثر والتى تكون بحيث اذا أحلت القيم محل كل المتغيرات •

... أعنى اذا ثبتت أو تعينت هـــذه القيم ... برزت القضية . والمتغيرات التى توجـــد بالدالة القضـــوية تسمى براهين arguments مثل :

س أحمر

٢ س = ل٢

فهذه كلها دوال قضـــوية مادامت تتطـــابق مع متطلبات واحدة أو أكثر من المتغيرات المتضـــمنة وتؤدى الى اخضـــاع القضية بتخصيص وتعيين المتغيرات وبراهينها arguments كالآتى :

س ـــ م ، ~ ـــ ں ، ل

وهذه الدوال القضوية وتسمى الدوال للتخفيف تختلف احداها من الاخرى بحـــكم التقييدات restrictions التى يفرضها السياق على المتغيرات الواردة ، لان صف القيم اما أن يكون أشياء أو قضايا أو أرقاما على التوالى :

ويلاحظ أنـــه على الرغم من أننـــا نحصـــل من الدوال القضوية على القضايا التى اما أن تكون صادقة أو كاذبة فان الدوال القضوية ذاتها التى تنشىء وتبنى القضايا ليست هى نفسها صادقة ولا كاذبة . فمن العبث أن نقول :

س عدد أصلى

صادقة طالما كانت س ليست عددا يمكن باعتباره أو وفقا اليه أن نقول صدقا أو كذبا بأنها عدد أصلى مثل ٢ أول مثل ½ . وكذلك بالمثل ٢ س = ل٢ ـ ليست صادقة ولا كاذبة

لسبب بسيط وهو أن س ، ل متغيرات فى حين أنه ٢×٢=٤ التى تنشأ عنها بالابدال صادقة وأن ٢×٢ = ٣ ٢ كاذبة ٠

وفيما يتعلق بالدالة : اذا كان س ∴ ص

يمكن بسهولة ملاحظة أنه لايمكننا القول بأنها صادقة أو كاذبة ٠ ولكن يمكن ذلك فقط اذا أمكن ابدال المتغيرات بالقضايا الجزئية ٠

الدالة الصورية عبارة عن دالة قضوية مؤسسة على انفراد من تصورات صورية يمكن القول مؤقتا أن الدالة الصورية هى دالة قضوية مؤسسة على انفراد اعتبارا من تصورات القائمة وآعنى بها :

« اذا كان ٠٠٠ اذن ٠٠٠» ، «و» ، أو «والمتغيرات القضوية مثل : «س ، ص ، ل ، م الخ ٠٠٠»

مثال : «اذا كان كل الحلاقين ثرثارين اذن «ل» ل هذه دالة قضوية ولكنها ليست دالة صورية ٠ فنحن نحصل على الدالة الصورية اذا أحللنا المتغيرة القضوية «س» محل «كل الحلاقين ثرثارون» وتكون الدالة الناتجة :

اذا كان س اذن ل

وبهذا يتم التعريف ٠ وهناك دوال صورية كثيرة جدا لم يحن الوقت بعد لاستعمالها لان قائمتنا للتصورات الصورية محدودة ٠ وكلما مددنا وتوسعنا فى دراستنا سنتناول أكثر وأكثر من هذه الدوال الصورية ٠ ويمكن القول أن الدالة الصورية دالة قضوية أقيمت وتأسست بمعزل عن تصورات وعن (أ) ٠ ونلاحظ أننا سبق أن أشرنا فى صدر هذا الفصل الى أنه سيتلو قائمة أخرى (أ) وهى عبارة عن التصورات

الصورية التى تجرى بالفعل فى سياق القضايا ، فالمجموعة (أ) مجموعة غير معينة ٠

وصورة القضية اذن هى الدالة الصـورية التى نحصل عليها اذا أحللنا المتغيرات المناسـبة محل كل التصـورات غير الصورية سواء من المجموعة أو من (أ) ٠ أو بعبارة أخـرى صورة القضية تكمل باحلال المتغيرات المناسبة محل التصورات غير الصورية من القائمة أو (أ) ٠ فصورة القضية عبارة عن الدالة الصورية التى تمثلها القضية ٠ وخاصة تعـد صـورة القضية المدمجة دالة صورية تتحقق باحلال المتغيرات القضوية محل كل مكونات القضية ، وباحلال المتغيرات المختلفة محل القضايا المختلفة ، وباحلال نفس المتغيرة ذات الهوية المحددة دائما محل نفس القضـية التى قد تتكرر مرات عـديدة فى القضية المدمجة ٠

فمثلا صورة القضية :

« اذا كان الجليد يتساقط أو الدنيا تمطر ، فالدنيا تمطر أو الجليد يتساقط ٠

هى «اذا كان س أو ص اذن ص أو س» ٠

والدوال الصورية هى أيضا صـور للقضـايا المدمجة وتنتمى الى فئة الدول المسماة بدوال الصدق ٠ وتعريف دالة الصدق هو أنها دالة قضوية على شرط أن تكون :

( أ ) كل متغيراتها متغيرات قضوية ٠

(ب) قيمة الصدق الخاصة بالقضية والناشئة عن احلال القضايا ذات التعيين المحدد محل المتغيرات يتم تحـديدها على انفراد بواسطة قيم الصدق الخاصة بالقضايا المكونة ٠

فدالة الصدق لأى قضية هى أن القضية صادقة أو كاذبة ٠ فيقال قيمة صدقها تكون صادقة اذا صدقت القضية وكاذبة حين تكذب ٠ ومن الواضح من هـذا التعريف الخـاص بدالة الصدق أن الدالة القضوية :

س أحمر

ليست دالة صدق لأن س ليست متغيرة قضوية وسيتضح كذلك أن الدوال القضوية مثل :

حسن يعتقد أن س

حسن يؤكد أن س

( وهذه تسميها البرنكيبيا دوال خاصة بالمفهوم The conjunctive proposition هى المتغيرة الوحيدة التى لاتكون المتغيرة القضوية دوال صدق بالنسبة اليها لأن قيمة الصـدق الخاصة بالقضية والناجمة عن اجراء تبديل فى (س) لاتتعين ولا تتحدد بواسطة قيمة الصدق الخاصة بالقضـية التى يجـرى عليها التعديل ٠

لنفرض أن (س) فى عبارة : «حسن يعتقد أن س» حل محلها «هناك حياة بعد الموت» ٠

ولنفرض كذلك أن هذه القضية كاذبة :

فان كذب هذه القضية أى مسألة صدقها لاتشير الى صدق أو كذب العبارة التى يعتقد فيها حسن ٠ ومهما تكن القضية التى نحلها محل س مع اعطائها قيمة الصدق الخاصة بها فانها تدع «حسن يعتقد أن س» باقية بلا تحديد ٠

التالية هى دوال صدق :

وعلى عكس هذه الدوال القضوية ، فالدوال القضـوية

انها تمطر و س

س ، ص

وسنفرق بين هاتين القضيتين باطلاق اسم دالة الصدق لانها تتألف بأكملها من ثوابت منطقية ومتغيرات • وكلاهما «غير الصورية» على الأولى لانها غـير مؤسسة على تصـورات المجموعة وحدها • وسنطلق على الثانية دالة الصدق الصورية معد بحيث تكون دالة الصـدق لأى قضية مدمجة ناجمـة عن احلال المتغيرات محل القضايا معتمدة على ومحددة بواسـطة قيم الصدق الخاصة بالقضايا المستبدلة •

« انها تمطر وترعد »

هى نتيجة الاستبدال للدالة س ، س

واذا قدرنا للقضيتين

انها تمطر

انها ترعد

دالتى الصدق على التوالى :

صادقة ــ كاذبة

كاذبة ــ صادقة

كاذبة ــ كاذبة

فلابد أن نصف قضية الوصل The conjunctive ploposition بأنها كاذبة •

اذا كانت المكونتان صادقتين فقضية الوصل صادقة ٠

ومن الواضح أن هذا ينطبق على كل صورة قضية ٠

س ، ص

اذ أنه لايهم استبدال القضايا بمتغيرات من س ، ص وانما تتحدد دالة الصـــدق فقط من دوال الصـــدق الخـــاصة بمكوناتها ٠ ولا يسرى هذا على س ، ص فقط ولكن هذه ميزة تخصيصية لتعريف أية دالة صدق ٠

## المنطق الرمزى والمنطق التقليدى

يوجـــد موضوع واحد فقط للمنطق التقليدى والمنطق الرمزى وهـــو التصـــورات الصورية ٠ واذا تركنـــا جانبا استخدام الرموز الذى يسمح بتعبير أدق وأسهل فى الاستدلال فالاختلاف الوحيد بين المنطقين الرمـــزى والتقليدى هو فى التحليلات الاكثر دقة وامتدادا التى قام بها المناطقة حـــول موضوعهما المشترك ٠

وبمجرد السيطرة والتمكن من الرموز فى المنطق الجديد تختفى الصعوبات وقيمة الرموز هو تيســـير التقليد وتذليل عقباته مع اشباعه بدرجـــة أكبر من الدقة فالرمـــوز تحقق الاستدلالات آليا بالعين بدلا من استعمال ملكات عقلية عالية كما يقول هوايتهيد فى مقدمة الرياضيات ص ٦١ ــ نيويورك سنة ١٩١١ ٠

## الفصل الثالث

# دوال الصدق

| | |
|---|---|
| ١ ـ ~ س    دالة التناقض | contradictory |
| ٢ ـ س · ص    دالة الوصل | conjunctive |
| ٣ ـ س ٧ ص    دالة الفصل | disjunctive |
| ٤ ـ س ⊃ ص    دالة الاستلزام | implicative |

دوال الصدق البسيطة المذكورة هنا مبنية على الادوات المنطقية من قائمتنا مع الحرص على اعطاء تعريفات للثوابت التي تتخللها واظهار علاقات بعضها ببعض ٠

وهناك دالات أكثر تعقيدا تتألف من ادماج هذه الدالات البسيطة للصدق ٠

ودوال الصدق هي :    س

لا ـ س

س ، ص

س أو ص

اذا كان س ∴ ص

والأولى متغيرة قضوية مفردةوليس لها مظهردالة الصدق ·
ولكنها تخضع لكل شروط تعريف دالة الصدق :

١ ـ فكل متغيراتها متغيرات قضوية

٢ ـ ودالة الصدق فى القضيةتنشأ من استبدال متغيراتها
وهى هنا تتوقف فقط على دالات الصـدق للقضايا
المستبدلة ·

وعلى الرغم من أن س دالة صدق فليس لها اعتبار خاص
مثل الأربع الأخرى ولتيسير فهم هـذه الدالات وتداولها لزم
وضعها فى صورة رمزية مناسبة وهى ألتى سبق ذكرها فى
مطلع الفصل باسم دالات الصدق البسيطة

| | | |
|---|---|---|
| لا س | تصبح | ~ س |
| س ، ص | تصبح | س · ص |
| اما س أو ص | تصبح | س ٧ ص |
| اذا كان س أو ص | تصبح | س ⊃ ص |

**دالة التناقض :**

~ تعنى من الخطأ أن :

**فاذا شئنا احلال س محل : كل الناس فانون**

**ونفيناها حصلنا على ~ س**

**وهذه الدالة ~ س تناقض س ·**

**ولذلك ~ س تسمى دالة التناقض ·**

**والدالة المتناقضة ذاتيا تصبح س · ~ س ·**

### دالة الوصل :

فى معظم الأحوال «و» العطف تستخدم لوصل عبارتين كل منهما ذات صلة بالاخرى ليس من حيث المعنى ولكن من حيث صدق كل منهما ·

«و» العطف تستخدم فى المنطق للاشارة الى الصدق الموصول فى قضيتين صادقتين بغض النظر عن دواعى الوصل ·

فاذا قلنا :

« الديناصور عاش فى فترة ما على الأرض والعشب يحتاج الى خلعه» لم تكن هناك صلة اطلاقا من حيث المعنى بين العبارتين ، لكنهما متصلتان بصلة واحدة وهى صدق كل منهما فالعطف بينهما له استخدام منطقى صحيح · فاحتياجات المنطق صورية بحتة · والمهم هو مجرد فكرة وجود قضيتين أو أكثر صادقة وموصولة من حيث الصدق ·

ويستخدم الرمز (·) للدلالة على واو العطف · وبدلا من أن نقول (و) للوصل بين العبارتين السابقتين يمكن القول :

« الديناصور عاش فى فترة ما على الأرض · العشب يحتاج الى خلعه» ، فاذا رمزنا الى القضية الاولى برمز س ورمزنا الى الثانية بالرمز ص حصلنا على دالة الصدق

س · ص

ومعناها أن س وص صادقتان وأنهما موصولتان من حيث صدقهما · وهى تسمى دالة الوصل ·

**دالة الفصل :**

سقراط رجل أو سقراط أنثى

و«أو» هنا تعنى أن واحدة فقط من القضيتين صـــادقة ولكن ليس كلاهما معا ٠

أما فى المنطق فتترجم هذة العبارة الى :

واحـــدة من القضـــيتين « سقراط رجل » ، «ســـقراط أنثى »صادقة ولكن ليست كلاهما صادقتين ٠

ونعيد ترجمة هذه كما يلى :

واحدة على الأقلوواحدة علىالأكثر من القضيتين «سقراط رجل» «و» «سقراط امرأة»صادقة ٠

وهنا يصبح معنى«أو» محددا تحديدا قاطعا لأنها تستبعد الصدق الموصول فى القضيتين ٠ (لاحظ أنها لا تحدد أيهما الصادقة وأيهما غير الصادقة) ٠

فاعتمادا على هذا المعنى الخاص لرمز «أو» بوصفه يعبر عن أن احدى البديلتين على الأقل واحداهما علىالأكثر تكون صـــادقة ٠ فالرمز «أو» يعنى أن القضيتين البديلتين اللتين تربطهما احداهما على الأقل واحداهما على الأكثر صادقة ٠ وفى المثل المتقدم يستحيل أن تكون البديلتان صادقتين من حيثالتصور فسقراط رجل تستبعد بالضرورة سقراط أنثى٠ فعلى الأكثر واحدة من هاتين يمكن أن تكون صادقة ٠ ولكن الاستخدام السائد للرمز «أو» هو دلالتها على «أما هذه أو تلك وليس كلاهما» وهـــكذا نستبعد امـــكان أن تكون أكثر من واحدة منهما صادقة وان كان من الممكن أن توجد بدائل يمكن

أن تصدق ولكن خارج هذا المجال المحدد · فمثلا اشرب الشاى أو القهوة أو اللبن · فالمقصود اباحة الاختيار ولكن هذا لايمنع تصورا امكان شرب أكثر من مشروب · وفى العبارة أعطيك معطفى أو مظلتى قد تعنى تخصيص احدى البديلتين ولكن لاتعنى عدم امكان الجمع بين الاثنين فى ظروف بعيدة عن هذه ، أو فى الواقع ·

وفى كل استعمالاتها «أو» تشير الى أنه على الأقل واحدة صحيحة ·

وهكذا «أو» تصبح «٧» لتعنى الفصل بهذه الصورة المنطقية وبدلا من «اما س أو ص صادقة» ·

نقول س ٧ ص

ودالة الصدق فى س ٧ ص تسمى دالة الفصل وأحيانا تسمى المجموع المنطقى للرمزين س ، ص ·

## دالة الاستلزام :

نحن نسمع عادة :

ـ اذا شبت الحرب فستعود الهجرة

ـ اذا قرأت الصحف سأبقى على مقربة من الاعمال العامة ·

ويمكن قراءة هاتين كما يلى :

ـ اذا كانت «الحرب شبت» صادقة ·

كانت «ستعود الهجرة» صادقة ·

ـ اذا كانت «أقرأ الصحف» صادقة

كانت «أبقى على مقربة من الاعمال العامة» صادقة ٠

وهناك قراءة أخرى

ـ «الحرب تشب» تستلزم «عودة الهجرة»

«أقرأ الصحف» تستلزم «البقاء على مقربة من الاعمال العامة» ٠

ولهذا فكل قضية مدمجة صورتها كما يلى :

اذا كان س صادقة ∴ ص صادقة

تسمى قضية استلزام حيث تكون س متقدمة أو افتراضية وص التالية ٠ ورمـــزها هو > ويقرأ أحيـــانا يســـتلزم موضوعيا» (١) ٠

وهذه هى دالة الاستلزام ٠

## الثوابت المنطقية

الدوال الصورية هى المسماة بدوال الصدق ٠

مثل ∼ س

س ٠ ص

س ٧ ص

س > ص

وهذه مبنية فقط على تصورات القائمة والمتغيرات س ، ص ، ل والثوابت « ∼ » ، « ٠ » ، « ٧ » ، >

---

(١) سبقت ترجمتها ماديا والأصح موضوعيا أى من حيث الموضوع٠

ومن الممكن انشاء دوال صدق أكثر تعقيدا من هذه وهى الدوال التى تستخدم أكثر من ثابتة وأى عدد من المتغيرات ٠

وفى حالة انشاء دوال صدق جديدة فانها ستكون مستخلصة derivable بحكم تداخل التعاريف interdefinability فالتصورات الاولى مثل التى نستخلص منها كل التصورات الاخرى هى تصورات أولية ٠

والمهم فى مبدأ الاقتصاد فى الفكر وخاصة فى المنطق الرمزى الاقتصار على عدد قليل من الاوليات Primitives لنبدأ منها ، والرمز ¬ هو الذى يسمى أوليا بصفة مطلقة لانه فعلا أكثرها أولية وتقبل التعريف مستقلة عن « ٠ » ، «٧» ، « > » ٠

أما غيرها بمساعدتها يمكن تعريفها جميعا ٠ ويمكن البدء بالثابتة ¬ والثلاث ثوابت الاخرى هى الثوابت الاولية الاخرى وهى أولية نسبيا ٠

فاذا استخرجنا قوائم ١ ٢ ٣ ٠٠٠ ن

١ ــ بواسطة ¬ ، ٧٧ يمكن تعريف

الوصل «٠»

والاستلزام « > »

٢ ــ بواسطة ¬ ، ٠ يمكن تعريف

الفصل «٧»

والاستلزام « > »

٣ ـ بواسطة ~ ٠ ∧ يمكن تعريف
الوصل « ٠ »
والفصل «٧»

## ماهو التعريف

يرمز له «تف» (أى أول حرف وآخر حرف فى تعريف)

التعريف التحليلى س بنت ل = س أنثى ٠ أبوها ط (تف)

التعريف اللفظى س ٠ ص = س و ص (تف)

**تداخل التعريفات :**

باستثناء ~ يمكن أن تكون بقية الثوابت متداخلة فى تعريفاتها

**تعريف الفصل بحدود النفى والوصل :**

س ٧ ص = ~ ( ~ س ٠ ~ ص) تف

مشكلة تعريف الفصل بحدود النفى والوصل معادلة لمشكلة اكتشاف تعبير مؤلف فقط من ( ~ ) ، (٠) ومن متغيرات تحمل نفس المعنى مثل س ٧ ص ٠

وقد لايتضح لأول وهلة أن معنى «٧» مرتبط بشكل ما بمعنى «٠» ٠

ولكن بفحص تعبير الفصل (اما س أو ص) سيتضح لنا أنهما متصلتان ٠

فيما يقوله هذا التعبير هو أنه على الأقل أحد البرهانين

س ، ص صادقة مع امكان أن يكون كلاهما صحيحا · فتوجد ثلاث احتمالات اجمالا ·

اما أن س صادقة

أو ص صادقة

أو أنهما كليهما صادقتان ·

ولكن عبارة «على الاقل واحدة صادقة» يقرر أن واحدة من الامكانيات الثلاث صادقة · والامكانية الوحيدة المستبعدة بالعبارة «على الاقل واحدة ···» (وتلك هى امكانية الصدق الوحيدة للبراهين بالاضافة الى الامكانيات الثلاث) هى أن كلا من س ، ص كاذبتان أى أن :

~س · ~ ص

وبالتالى عند اقرار أن واحدة فقط على الأقل صادقة من بين القضايا س ، ص كان التعبير ·

س ٧ ص

نفيا قاطعا ان كليهما كاذبتان أى

~ ( ~ س ~ ص)

وعلى العكس لانكار أن س ، ص كاذبتان معا قوة فى اقرار أن واحدة على الأقل صادقة · أعنى أن نفى الكذب عن س وعن ص يؤكد بقوة ظاهرة أن واحدة منهما صادقة على الأقل · لان عبارة «ليس كلاهما كاذبتين» يفتح المجال أمام الامكانيات الثلاث من خلال التعبير «على الاقل واحدة من بينها ·· صادقة» ويبقى الامل فى أن س صادقة وص صادقة

وكليهما صادقتان • وعند انكار الكذب المشترك عن س ، ص لايتم اقرار واحدة فقط بين هذه الامكانيات • وعلى الأخص لايتحقق اقرار أن س ، ص كليهما صادقتان • وتقوم ~ ( ~ س • ~ ص )

بنفس الدور الذى تقوم به

س ٧ ص

فى استلزام ان واحدة فقط من الامكانيات الثلاث صادقة دون تحديد لايها •

وقد نصل الى نتيجة أنه مادام اقرار الصدق عن واحدة على الاقل من الامكانيات الثلاث يحمل قوة الانكار لكذب كليهما معا ، ومادام نفى ان كليهما كاذبتان يحمل قوة الاقرار بأن واحدة على الاقل صادقة ، تصبح العبارة :

ليس من الصحيح ان س ، ص كليهما كاذبتان معادلة تماما فى المعنى للعبارة :

اما هذه أو تلك ، س ، ص ، صادقة أو كلاهما :

وعندئذ نكون قد حصلنا على التعريف التحليلى :

س ٧ ص = ~ ( ~ س • ~ ص ) تف

حيث تكون المعرفات محتوية فقط على فكرتى ~ و

وبالنظر الى القضايا التالية المدمجة ذات الصور ( س ٧ ص ) ، ~ ( ~ س • ~ ص ) على التوالى ستتضح لنا رؤية ان التعريف السابق تحليلى •

ـ اما حسن أو خليل سيذهب الى الحفلة ( وهى ايجاز أو اختصار لقولنا على الاقل واحدة من القضيتين التقريريتين

حسن سيذهب الى الحفلة ، خليل سيذهب الى الحفلة صادقة ) ٠

وكذلك ٠

ـ من الكذب أن حسن وخليل كليهما لن يذهبا الى الحفلة ٠٠٠

والأخيرة مجرد طريقة معقدة للقول بأن واحدا على الاقل من بينهما سيذهب الى الحفلة ٠ ولاحظ أنه لم ينص على أن أكثر من واحد سيذهب الى الحفلة وان بقيت هذه ممكنة ٠

كذلك انظر الى القضايا :

ـ حسن اما قلق أو مريض ٠

وكذلك

ـ ليس صحيحا أن ( حسن ليس قلقا وليس مريضا معا ) فهاتان القضيتان تقررا نفس الشيء كما أنه سيصبح أكثر وضوحا اذا لاحظنا ان التعبير بين الاقواس مكافيء فى المعنى للقضية ٠

ـ حسن لا هو بالقلق والا هو بالمرض ٠

فانكار قضية لاهذا ٠٠٠٠ ولا ذاك ٠٠٠ ونفى ان حسن لا هو قلق ولا هو مريض يؤدى الى اقرار اما ٠٠٠ أو ٠٠٠ اى ان يكون قلقا أو أن يكون مريضا ٠

والهوية بين الدالات س ٧ ص ، ~ ( ~ س ٠ ~ ص ) يمكن عرضها بطريقة مختلفة عن طريق ما يلى : فنقيض أى دالة ع هو نفى هذه الدالة أى ~ ع فسيكون واضحا اذن ان نفى هذا النقيض يعود الى تصويب الدالة الاصلية أيضا وكذب ~ع أى ~ ( ~ ع ) يؤدى ببساطة الى ع وبالمثل فى حالة نفى الدالة س ٧ ص ٠

− ( س ص )

فعند مايتم نفيها نحصل مرة أخرى على س ٧ ص وعلى ذلك ~ ( س ٧ ص ) تعني آنه من الكذب آن تكون واحدة على الاقل صادقة من بين س ، ص : أو أنه من الكذب حتى أن تكون واحدة صادقة أو من الكذب أن تكون كلاهما صادقة ٠ وكل هذا يعني أنه لا س ولا ص صادقة أو أن كليهما كاذبتان.

− ~ س ٠ ~ ص

وعلى هذا فنقيض س ٧ ٠ ص هي نفس ~ ص ٠ ~ س

وبنفي هذا النقيض نحصل على − ( ~ س ٠ ~ ص )

ونصل الى دالتنا الاصلية س٧ ص وتعريفها ٠

س ٧ ص = ~ ( س ٠ ~ ص ) تف

تعريف الوصل بحدود النفي والفصل

− تف س ٠ ص = ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

فاذا أخذنا ~ ٧ بوصفهاالثوابت الأولية يمكننا تعريف ٠

« ٠ » فالعبارة ٠

س ٠ ص

تقرر أن س ، ص كليهما صادق ٠ وتلك هي نفس الشيء مثل قولنا انه من الكذب أن تكــون احداهما كاذبة فكلاهما صــادقة تعطي تأثيرا بنفي الكذب عن أيهمــا ٠ وقولنا ليس صــحيحا ان واحدة أو الاخرى كاذبة لايحمل الدلالة باثبات صدق كليهما ٠ مثلا ٠

− لندن ونيويورك كلاهما مدينة كبيرة ٠

تعنى :

ـ من الكذب سواء ألا تكون لندن مدينة كبيرة أو ألا تكون نيويورك مدينة كبيرة ٠

وصورة هذه الاخيرة كالآتى :

ـ ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

وتحمل دلالة بأنه من الكذب أنه على الاقل واحدة من القضيتين س ، ص كاذبة أو أنه من الكذب حتى أن تكون واحدة منهما كاذبة وعلى ذلك تخبرنا أن كليهما صادقة ٠ وعلى ذلك نحصل على تعريف ٠

ـ تف ـ س٠ ص = ~ ( ~ س٧ ~ص )

ويمكن انشاء هذه الهوية باستدلال مختلف بعض الشيء:

فنقيض س ٠ ص هو

ـ ~ ( س ٠ ص )

وهو يقرر أنه من الكذب أن يكون كلا س ، ص صادقة وهي نفس الشيء مثل تقرير أنه على الاقل واحدة كاذبة :

~ س ٧ ~ ص

وبنفى هذا النقيض نحصل على ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

ونصل الى الدالة الاصلية :

ـ ~ س ٠ ص

لأن القول بأنه من الكذب أن يكون كلا ~ س ، ~ ص صادقتين هو نفس القول بأنه لا ~ س ولا ~ ص

صادقة أو أن كلى ~ س و ~ ص كاذبتان ( مثل س٠ص )
وعندئذ نصل الى التعريف :

تف ــ س٠ص = ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

ويتضح لنا الآن معنى أولى نسبيا عندما نقرر أن كلا من الوصل والفصل أوليان نسبيا أحدهما للآخر • ويمكن تعريف كل منهما بواسطة الآخر باضافة عامل النفى •

تف ــ س ٧ ص = ~ ( ~ س • ~ ص )

ولا يهم الآن أى التصورين «•» أو «٧» هو الذى يعد تصورا أوليا •

## معنى «أو» الأوحد

من المهم الآن أن نرى كيف يمكن تحديد وتعريف المعنى المتكرر عادة فى لغتنا العادية • فتشير «أو» الى الفصل فقط وهذا فى الواقع أكثر تعقيدا من التصور «على الاقل واحدة» الذى يتضمن كلا التصورين «على الأقل واحدة» وتصور كل من «لا» ، «و» • وعموما نقدم البدائل التى يستبعد احدها الآخر ثم يأتى استخدام «أو» لاقرار وصل معقد معناه أنه على الاقل واحدة من بين القضايا التى تقوم بربطها صادقة وكذلك أنه ليس الاثنان معا صادقتين • أى أننا نؤكد ونقرر أن واحدة غير مخصصة بالذات من بين البدائل هى الصادقة وفى حالة وجود بديلتين فقط نستبعد صدق كليهما • وفى حالة وجود بدائل أكثر فنحن نقوم بالاضافة الى ذلك باستبعاد الصدق المشترك بين أى زوج فرعى آخر ••• فمثلا :

ـ فى امكانك أن تتناول شايا أو قهــوة بدون تكاليف اضافية ٠

تعنى أنه فى امكانك تناول أيهما ولكن ليس كلاهما فى آن :

ـ فى امكانك أن تتناول شايا ، قهوة أو لبنا ٠٠٠

تعنى أنه يمكنك أن تتناول أحد الثلاثة ولكن ليس شايا وقهوة معا وليس شايا ولبنا معا وليس قهوة ولبنا معا ٠ عموما يمكن تعريف «س أو ص» حيث تكون «أ و» ذات معنى واحد لاغير مثل :

ـ ( س ٧ ص ) . ~ ( س . ص )

وكذلك س أو ص أو ل مثل

ـ ( س ٧ ص ٧ ل ) . ~ ( س . ص ) . ~ ( س . ل ) ~ . ( ص . ل )

ويمكن القارىء من هذه الأخيرة أن يرى كيف نتقدم فى تعريف أى مجموعة (ن) من البدائل التى يستبعد بعضــها بعضا ٠

ويلاحظ أنه حيثما كان الاستبعاد تصوريا كما هو الحال فى :

ـ اما أن يكون قد قتــل أو انتحــر أو مات عــرضا ٠ للمقارنة بينها وبين الحالات المتعارضة حيث يكون كل شىء واقعيا مثل :

ـ يمكن أخذ الغرفة ١٦ ـ ١٧ أو ١٨

حيث أى وصل بين الازواج من البدائل يؤدى الى عدم التوافق الذاتى فى التعبير ٠ اذ أنه على الاكثر واحــدة فقط

يمكن عقلا أن تكون صادقة وسواء كان الاستبعاد واقعا أو تصوريا فذلك ماسيتقرر ويتحدد من خلال القضايا المتصلة أو المفصولة ·

**الاستلزام المادى** (ونسميه الموضوعى لانه يتصل بموضوع الكلام ومادته) **وتعريفه بواسطة حدود النفى والفصل**

• تف س > ص ~ س ٧ ص

فكرة الاستلزام أصعب من أية فكرة سابقة وتعريفها فى حدود « ~ » ، «٧» ستصدم القارىء بعض الشىء فى أول الأمر · ولكن سندرسها فيما بعد بالتفصيل بعد اختفاء الغرابة · ولكن نحاول الآن تعريفها بمعاونة أمثلة من الكلام العام العادى · العبارة التالية :

١ ـ اذا ظللت تعود متأخرا الى البيت فسأعرف سر ذلك يمكن اعادة كتابتها كما يلى :

٢ ـ أنت تعود متأخرا الى البيت > سأعرف سر ذلك وهى بطبيعة الحال قيمة دالة الاستلزام ·

س > ص

وسيكون من الواضح أن القضية (١) لاتقول شيئا لايرد فى قولنا ·

٣ ـ اما أن تكف عن الاستمرار فى العودة متأخرا الى البيت أو اننى سأعرف سر ذلك وهو يعنى تماما قولنا ·

٤ ـ ~ (تظل تعود متأخرا الى البيت) ٧ سأعرف سر ذلك ·
وهذا كله يبرر استعمال التعريف التالى :

تف س > ص ~ س ٧ ص

وعلى الرغم من أن هذا التعريف قد يبدو صيغة الفصل بدلا من صيغة «اما ٠٠٠ أو ٠٠٠» كمــا نعمل عادة . سوف نتحقق بديهيا انهما كليهما يعبران عن نفس الشيء ٠ مثلا بدلا من القول :

ــ اذا صار عزيز فى الجيش سأفقد قميصا نقول :

ــ اما ألا يذهب عزيز الى الجيش أو سأفقد قميصا وبدلا من قولنا ٠٠٠

ــ اذا كان فهدا فهو من النوع الوحش نقول مايلى :

ــ اما أنه ليس فهدا أو أنه وحش ٠

وهذه الامثلة تشيرخصوصا الى «اذا كان ٠٠٠ اذن ٠٠٠» وكيف تتحول قضاياها الى قضايا فصل ، ومما يلى سنعرف كيف يؤدى تحويل العكس من الفصــل الى الاستلزام ٠ افرض أن احدى الاثنتين ~ س ، ص صادقة أو أن « ~ س ٧ ص» صادقة ٠ فاذا كانت « ~ س» كاذبة وجب أن تكون «ص» صادقة ٠ لانه اذا كان الفصل صحيحا فافتراض أن احــدى البديلتين كاذبة يستلزم صدق الاخرى ولكن القضية «اذ كانت ~ س كاذبة ، س صادقة» تصبح نفس الشيء مثل :

س ~ ص

## تعريف الاستلزام المادى (أو الموضوعى) بحدود النفي والوصل

تف س > ص = ~ ( س . ~ ص )

وهذا التعريف سيظهر فقط باستخدام الامثلة ٠

خذ العبارة التالية :

ـ ليس صحيحا أننى فى آن معا أسوق سـيارتى بالمدينة ولا أشترى بدلة ...

وهذه صيغتها كالآتى :

~ ( س . ~ ص )

فهى تتألف من نفى للوصل فى القضية الأولى منه مثبتة والثانية منفية . فيها نفى للوصل ـ نفى أن س صـادقة فى وصلها بالكذب فى ص ـ وهو مايعنى انه اذا كانت س غير صادقة ص كاذبة (أو ص صادقة) وهى تعنى بعبارة أخرى أن :

ـ اذا كنت أسوق سـيارتى بالمدينـة فمن الكذب أننى لا أشترى بدلة ، وهى نفس الشىء مثل قولى :

ـ اذا سقت سيارتى بالمدينة سأشترى بدلة .

وتلك صورتها كالآتى :

س < ص

**وبالتالى فالتعريف المطلوب كالآتى :**

نف س < ص = ~ ( س . ~ ص )

ولاعطاء أمثلة أخرى

ـ ليس صحيحا أن هذا المخلوق عنكبوت وليس ذا ثمانية أرجل فى آن معا وهذه تعنى .

ـ اذا كان هذا المخلوق عنكبوتا فهو ذو ٨ أقدام

وكذلك

ـ ليس صحيحا أو حسن عامل وليس نقابيا

وهذه نفس الشيء مثل

ـ اذا كان حسن عاملا فهو نقابى ·

**تعريف الوصل والفصل فى حدود النفى والاستلزام المادى :**

**تف** س · ص = ~ ( س > ~ ص )

**تف** س ٧ ص = ~ س > ض

تعريف الوصل والفصل بواسطة «الاستلزام» أقل وضوحا مما سبق ·

وبدراسة أزواج القضايا القادمة يرينا كيف يمكن الحصول على تعريف الوصل بحدود النفى والاستلزام المادى ·

ـ من الكذب أنه لو سافر الى اوربا فلن يسافر بالطائرة·

ـ من الصحيح أنه معا سيذهب الى اوربا ويسافر بالطائرة

والقضية التى تقول انه اذا ذهب الى اوربا فلن يسافر بالطائرة كاذبة فى حالة واحدة فقط وهى عندما تكون قضية انه معا سيسافر الى اوربا ويسافر بالطائرة صادقة · وكذلك توجد هوية بين القضيتين اللتين يمكن صياغتهما فى تعريف

ـ **تف** س · ص = ~ (س > ~ ص)

كذلك بتأمل القضيتين الخاليتين سنرى أنه يمكن تعريف الفصل بواسطة النفى والاستلزام المادى :

ـ اما تنتصر جامعة القاهرة أو سأفقد رهانى ·

ـ اذا لم تنتصر جامعة القاهرة سأفقد رهانى

والاولى صورتها س ٧ ص والثانية صورتها ~ س > ص وبالهوية بين التعبيرين نحصل على التعريف التالى :

ـ تف س ٧ ص = ~ س > ص

**التكافؤ المادى أو الموضوعى :**

ونسميه بالاستلزام المادى كما أشرنا من قبل لانه يتعلق بمادة الكلام أو بموضوع الكلام ، ونلاحظ انه باستثناء « ~ » صارت ثوابت القائمة كلها قابلة للتعريف فيما بينها وهذا يدل على أن موادا أخرى أدخلت على أكثر مما هو ضرورى • وبالتالى صارت غير اقتصادية • فالمتغيرات والنفى وأى ثابتة من الثوابت المتبقية تكفى لاقامة كل دالات الصدق الممكنة • ونظريا يمكن اقامة كل دالات الصدق والتعبير عنها كوصل أو فصل أو استلزام بالاضافة الى نفيها • ولكننا سندخل أيضا فى ثابتة آخرى قابلة للتعريف تماما بمختلف الطرائق بلغة الثوابت المتوفرة من قبل •

ولفظة التكافؤ تحمل معانى عديدة ولكن أشهر هذه المعانى هو المعنى الذى تشير اليه فى قضية من الشكل العام فيقال :

ـ القضايا «س١» ، «س٢» متكافئتان •

وبالتالى التكافؤ هنا يربط قضايا مختلفة فى الالفاظ أو فى التركيب النحوى أو الترتيب اللفظى لكنه يؤدى نفس المعنى :

خذ العبارات التالية مثلا :

( أ ) كاشيو يحب ديزدمونه ـ ديزدمونه يحبها كاشيو

(ب) ذلك مثلث          ذلك شكل مستو ثلاثى الاضلاع ·

وفى المنطق لايشير التكافؤ المادى الى معانى العبارات أو الى القضايا والاسئلة التى يمكن أن تعبر عنهـا وانما يشير فقط الى قيم الصدق الخاصة بالقضايا ·

**فيقال ان القضيتين متكافئتان ماديا (أو موضوعيا) اذا حملا نفس قيم الصدق أى اذا كانا كلاهما صادقتين معا أو كلاهما كاذبتين معا :**

ونشير اليها بالرموز كالآتى :

تف ( س ≡ ص ) = [( س . ص ) ٧ ( ~ س . ~ ص )]

ويتضح من هذا التعريف أن مثل هذه القضايا كتلك التى سبقت الاشـارة اليها فى ازواج (أ) ، (ب) سـتكون متكافئة ماديا لانهما سيكونان كلاهما معا اما صادقتين أو كاذبتين · بل وأكثر من هذا ان القضايا التى تعبر عن معانى لاتتماثل ولا تتشابه فيما بينها ستكون هى أيضا متكافئة ماديا فمثلا خذ هاتين :

ـ الأرض ليست مسطحة ·

ـ سقراط شرب السم ·

وليستا متكافئتين بالمعنى العـادى لكلمة تكافؤ ولكنهما برغم ذلك تعتبران ، من القضايا المتكافئة ماديا · وهما على ارتباط ووصل من حيث الصدق وبالتالى فاما أيهما مرتبطتان من حيث الصدق أو انهما مرتبطتان من حيث الكذب ·

فالقضيتان

ــ سقراط لم يوجد قط

ــ موسولينى لم يرسل قواته الى أسبانيا

كلاهما كاذبتان وبالتالى متكافئتان ماديا ٠

واستخدام لفظ التكافؤ راجع الى تماثل معناها هنا مع معناها فى الاستخدام العادى ٠ فعندما تتكافأ عبارتان متكافآن من حيث كونهما ذوات معنى بعينه والقضايا المعبرة عنهما مشتركتان مع القضايا المتكافئة ماديا من حيث أنهما موصولتان لكونهما صادقتين معا أو كاذبتين معا ٠ فالتكافؤ بين العبارات والتكافؤ المادى بين القضايا له معنى مشترك الثوابت لانها لاتفسح مجالا لدوال صدق جديدة لم يكن ضئيل جدا ٠ ولهذا يستخدم التكافؤ للاشارة وحسب الى الهوية فى قيمة الصدق ٠

ولا تضيف ثابتة التكافؤ « $\equiv$ » شيئا كبيرا الى قائمة الثوابت ؛ لأنها لاتفسح مجالا لدوال صدق جديدة لم يكن انشاؤها ممكنا بدونها ٠ فمجموعة القائمة ؛ لم تزد كثيرا بوجود ثابتة التكافؤ فيها وكل الدوال يمكن انشاؤها بوجود ($\sim$) (٠) (٧) ، ($\supset$) ، ($\equiv$)

## مبرهنات مورجان Theorems

ستعيننا التعريفات التحليلية السابقة على انشاء عدد من التكافؤات المفيدة جدا بين دوال الصدق ، وعندما يعنى تعبيرا نفس الشىء فما يرد فى التعبير الأول مكافىء ماديا لما هو يعبر عنه فى التعبير الثانى الى أقل درجة ، وبفضل ذلك تؤدى تعريفاتنا الى سلسلة من التكافؤات بين الدوال ٠ فمثلا :

ـ تف س · ص = ~ (س ~ ⊃ ص)

ينتج لنا

س · ص ≡ ~ ( س ⊃ ~ ص )

فى حين أن :

ـ تف س ٧ ص = ~ س ⊃ ص

تنتج لنا

س ٧ ص ≡ ~ س ⊃ ص

وهناك زوج له أهميـــة خاصة من التكافؤات المستخلصة من التعريفات التحليلية الخاصة بالفصل والوصل وذاك هو ·

س ٧ ص ≡ ~ ( ~ س · ~ ص )

س · ص ≡ ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

**وترجع أهميتها الى امكان الحصول منهما على قواعد عامة للنفى لأى دالة وصل أو فصل مهما تكن معقدة**

وتصاغ القواعد كمتكافئات ويبرهن عليها بدقة صارمة كالمبرهنـــات فى النسق الاســتدلالى الذى سنتناوله الآن · واسمها مبرهنات دى مورجان الذى صاغ برهنات مماثلة لها خاصة بالفئات ·

ولننظر الآن فى المتكافئة :

ـ س ٧ ص ≡ ~ ( ~ س · ~ ص )

فالمتكافئة الناجمة من دالة الفصل ومن نفى الوصل تؤدى الى توقع أن كل دالة وصل اذا تم نفيها ستنتج بعض الفصل أو غيره · وعلى ذلك فلننظر فى نفى الوصل :

س · ص

وهو

~ ( س . ص )

فتلك تقرر أنه من الكذب أن س ، ص موصــولتان مع حيث الصدق وبالتالى فواحــدة منهما على الأقل كاذبة أو أنه اما أن تكون س كاذبة أو ص كاذبة (حيث قد يكونان معــا كاذبتين) وعلى ذلك ~ (س · ص) تتحول الى متكافئة مع ~ س ٧ ~ ص كالآتى :

~ ( س . ص ) ≡ ( ~ س ٧ ~ ص )

فالعلاقة بين نفى س · ص وبين الفصل الذى تتكافأ معه هى نفس العلاقة بين نفى ~ س · ~ ص وبين الفصل الذى تتكافأ معه · ويمكن تقرير هذه العلاقة فى صورة قاعدة لنفى دوال الوصل ·

١ ــ نفى الوصل مكافىء للفصل بين البراهين المثبتة ·

ويمكن تطبيق هذه القاعدة على

١ - ~ ( س . ~ ص )

٢ - ~ ( ~ س . ص )

**متروكة للقارىء لكتابتها**

١ - ~ ( س . ~ ص ) ≡ ( ~ س ٧ ~ ص )

٢ - ~ ( ~ س . ص ) ≡ ( ~ س ٧ ~ ص )

ومن الممكن بالمثـــل اســـتخلاص قاعدة عامة لنفى دوال الفصل • فالمتكافئة س . ص ≡ ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

نشير الى أن كل دالة فصل اذا تم نفيها تنتج شـكلا من أشكال الوصل •

خذ مثلا نفى الفصل س ٧ ص وهو

~ (س ٧ ص)

فمعناه أنه من الكذب أن واحدة على الأقل (أو أن حتى واحدة) من البراهين س ، ص صادقة وهى مكافئة للقول بأن كلا س ، ص كاذبة :

~ س . ~ ص

وبالتالى ~ (س ٧ ص) ، ~ س • ~ ص متكافئتان

~ ( س ٧ ص )≡ ( ~ س . ~ ص )

ويمكن ايجاد قاعدة جيدة الآن عن نفى دوال الفصل

٢ ـ نفى الفصل مكافىء لوصل البراهين المنفية :

ويمكن القارىء أن يحاول تحويل الدوال التالية :

١ ـ ~ ( ~ س ٧ ص )

٢ ـ ~ ( س ٧ ~ ص )

**متروكة للقارىء لكتابتها**

١ ـ ~ ( ~ س ٧ ص )≡ ( ~ س . ~ ص )

٢ ـ ~ ( س ٧ ~ ص ) ≡ ( ~ س • ~ ص )

واذا أخذنا القاعدتين معا اتضح لنا شيء هام لكل من :

١ — ~ ( س · ص )
٢ — ~ س · ~ ص

نجد أن الأولى تعنى أن «ليس كلاهمـا ···» هى نفى للوصل ، وهى اذن تقرر الفصل ·

~ س ٧ ~ ص

فى حين أن الاخرى تعنى «كلاهما ليس ···» فهى اذن وصل ·

ومن الواضح أن التعبير الوصلى « ~ س · ~ ص» أقوى لانه يقرر أكثر من مجرد « ~ س ٧ ~ ص» فالدالة ~ س · ~ ص تستلزم صدق ~ س ٧ ~ ص ولكن عكسها ليس كذلك فاذا كان كلا ~ س ، ~ ص صادقتين فعلى الأقل واحدة من الاثنتين ~ س ، ~ ص صادقة · أما اذا كانت احداهما على الاقل صادقة فلايمكن الاستدلال منها على صدق كليهما ·

## مد مبرهنات دى مورجان الى دوال «ن» من البراهين

شرحنـا قاعـدتى دى مـورجان عن نفى المفصـولات والموصولات بالاشارة الى دوال برهانين فقط ·

ولكن القواعد نفسها دخلت الآن فى اطار عام ، ويمكن أن تنطبق على دوال أى عدد من البراهين · فالقاعدة (٢) تؤدى دور دالة الثلاثة براهين ·

~ ( س ٧ ص ٧ ل ) ≡ ( ~ س · ~ ص · ~ ل )

فمثلا :

ـ من الكذب أنـه اما حسن أو فـؤاد أو ابراهيم كسب الجائزة · هذه تكافىء ≡

ـ لا حسن ولا فؤاد ولا ابراهيم كسب الجائزة ·

والامتداد بالتطبيق للقاعدة صحيح والبرهنة على ذلك ميسورة ·

ـ ~ ( س ٧ ص ٧ ل )

يمكن أن تعتبر نفيا للفصل بين برهانين س ، ص ٧ ل بوصفها نفيا للفصل بين براهين ثلاثة س ، ص ، ل ·

اذن ~ (س ٧ ص ٧ ل) ≡ ~ [ س ٧ ( ص ٧ ل ) ]

ويمكن تطبيق قاعدة دى مورجان على البرهانين الخاصين بالدالة فى الناحية اليسرى عاليه لنحصل على :

~ س · ~ ( ص ٧ ل )

وبتطبيق القاعدة ، مرة أخرى على ~ (ص ٧ ل)

نحصل على :

~ س · ~ ص · ~ ل

مهما يكن عدد البراهين المشتركة فى المفصـولة المنفية يمكن دائما التعبير عن الدالة كنفى للمنفصلتين : ولما كان The Finite N رقم «ن» يشير الى مفصولات عددها محدود فانه يمكن تطبيق قاعـدة دى مـورجان على التـوالى على برهان

المفصولة الذى يحتوى على أكثر من مفصولتين حتى يتم استنفاد كل مكوناتها من البراهين أكثر من مفصولتين ·

~ ( س$_1$ ∨ س$_2$ ∨ س$_3$ ∨ ··· ∨ س ن − ١ ∨ س ن ) ≡

( ~ س$_1$ · ~ س$_2$ · ~ س$_3$ ··· ~ س ن − ١ ∨ س ن )

والنتيجة النهائية لهذا الاجراء هو نفس عملية نفى كل من مفصولات ن واعادة البرهنة عليهم بالوصل ·

وقاعدة دى مورجان لنفى الموصولة يمكن مدها الى الدوال ذات أكثر من برهانين ويجرى تطبيقها على ثلاثة براهين مثل :

~ [ س · ص · ( ل < ع ) ] ≡ [ ~ س ∨ ~ ص ∨ ~ ( ل < ع ) ]

وتنبنى قيمة الصدق فى الامتداد الجديد على أساس أن كل موصولة مهما يكن تعقيدها يمكن التعبير عنها كوصل لدالتين · والدالة الموجودة عاليه الى اليمين فى المتكافئة تصبح :

~ { س · [ ص · ( ل < ع ) ] }

وهذه موصولة ذات دالتين احداهما دالة لمتغيرة واحدة والثانية دالة لثلاث متغيرات · ويمكن تطبيق قاعدة دى مورجان على الموصولة المؤلفة من هذين البرهانين لنحصل على :

~ س ∨ ~ [ ص · ( ل < ع ) ]

وبتطبيق القاعدة مرة ثانية على ~ [ ص · ( ل < ع ) ] نحصل على

$- \sim$ س $\vee \sim$ ص $\vee \sim$ ( ل $>$ ع )

ومهما يكن عـــدد البراهين فى الموصـــولة المنفية ، من الممكن دائما التعبير عنها كنفى لموصولتين • وبشرط أن يكون عدد الموصولات محدودا فمن الممكن تطبيق قاعدة دى مورجان على التوالى على البرهان الموصول المؤلف من أكثر من موصولتين حتى تستنفد كل مكونات براهينها من أكثر من موصولتين •

$- \sim$ ( $س_1$ • $س_2$ • $س_3$ • ••• $س_{ن-1}$ • $س_ن$ )

$\equiv \sim$ ( $س_1$ • { $س_2$ • [ $س_3$ •••• ($س_ن$ — ١ • $س_ن$) ] } )

وعند بلوغ البرهان النهائى لموصولتين بالضبط س — ١ س

يجرى نفيها وفقا لقاعدة دى مورجان •

$- \sim$ ( $س_1$ • $س_2$ • $س_3$ • ••• $س_ن$ — ١ • $س_ن$ )

$\equiv \sim$ $س_1$ $\vee \sim$ $س_2$ $\vee \sim$ $س_3$ $\vee$•••• $\sim$( $س_ن$ — ١ •$س_ن$)

والنتيجة الاخيرة لهذا الاجراء هى نفس نفى كل واحدة من الموصولات ن وربطها بالمنفيات المفصولة •

## تكافؤات نافعة

الأهمية التى تتمتع بها بعض التكافؤات تجعل مما يستحق العناء أن نقوم بتجميعها فى شكل سلاسل من هذه السلاسل :

١ — ( س $>$ ص )$\equiv$ ( $\sim$س $\vee$ص ) $\equiv\sim$ ( س • $\sim$ص )

وبالتعرف على التحولات الممثلة هنا سنحصل على مفتاح

لكتابة سلسلة من المتكافئات الخاصة بدوال الاستلزام الاخرى مثل :

٢ — ( ~ س ⊃ ص ) ≡ ( س ٧ ص ) ≡ ~ ( ~ س · ~ ص )

ومن الميسور استخلاص هذه السلسلة ببساطة بواسطة التماثل الرمزى ووضعها فى السلسلة رقم (١) اذا كان س ⊃ ص مكافئة لهذه ~ س ٧ ص اذن ~ س ⊃ ص مكافئة لهذه ~ ~ س ٧ ص

ويمكن القارىء عمل مجموعات مماثلة للمتكافئات

س ⊃ ~ ص

~ س ⊃ ~ ص

وهناك مفتاح آخر

٣ — ~ ( س ⊃ص ) ≡ ~ ( ~ س ٧ ص ) ≡ س · ~ ص )

فأعضاء هذه المجموعة من المتكافئات هم نقائض الاعضاء المعادلين فى السلسلة (١) · وهذه المتكافئات هم نقائض الاعضاء المعادلين فى السلسلة (١) · وهذه المتكافئات صحيحة لأن أى قضايا متكافئة (أى لها نفس قيمة الصدق) سيكون نفيها كذلك متكافئا · والسلسلة رقم (٣) تمثل اجراء مفيدا لنفى أى قضية استلزام · وباستعمال الواقعة المقررة فى (١) من حيث تكافؤ س ⊃ ص ، ~ س ٧ ص بدلا من تحويل ~ ( س ⊃ ص) مباشرة الى س · ~ ص (بتماثل تعريف الوصل) ··· يمكن تحويل ~ (س ⊃ ص) أولا الى نفى للمفصولة وتطبيق قاعدة دى مورجان · فى العادة اذا كانت

أى دالة من الممكن تحـويلها الى اما فصـــل أو وصل فانه فى امكاننا أن نعثر على نفيها بتطبيق قواعد دى مورجان مباشرة على المكافئة لها • مثلا :

ـ « اما أن يلجأ الى القانون أو سيكسب قضــية »كاذبة وبقاعدة دى مورجان تصبح هذه مكافئة لما يلى :

ـ سيلجأ الى القانون وسيخسر قضيته •

ويمكن تطبيق نفس الاجراءات على حالات القضايا التى صورتها ~ (س ≡ ص) فنحن نعرف أن :

ـ (س ≡ ص) ≡ [ (س • ص) ٧ (~ س • ~ ص) ]

أى أن س ≡ ص يمكن التعبير عنها بالفصل ويمكن نفى هذا الفصل بقاعدة دى مورجان :

ـ ~ (س ≡ ص) ≡ ~ [ (س • ص) ٧ (~ س • ~ ص) ]

≡ [ ~ (س • ص) • ~ (~ س • ~ ص) ]

≡ [ (~ س ٧ ~ ص) • (س ٧ ص) ]

وسيكون تمرينا مفيدا للقارىء أن يحصل على مكافئات

~ (س > ~ ص)

~ (~ س > ص)

~ (~ س > ~ ص)

~ (س ≡ ~ ص)

ويبقى أمامنا استخلاص دالة أخيرة مكافئة لهذه

س > ص من أجل استكمال مفتاح سلسلة المتكافئات .

وهذا يتم بتأمل المتكافئة :

( س > ص ) ≡ ~ ( س . ~ ص )

ومن هذه يمكن استخلاص دالة استلزام مكافئة للاصلية ولكن تحتوى على «ن» وكذلك على « > » ودالة ~ (س . ~ ص) تشير الى أنه ليس كلا س ، ~ ص صادقتين . وذلك يعنى أنه اذا كانت ~ ص صادقة .

∴ س كاذبة أو

~ س > ~ ص

فمثلا :

ـ لو كان مربعا لكان ذا أربع أضلاع . تكافىء

ـ من الكذب أن هذا هو معا مربع وليس مربع الاضلاع .

ولها نفس معنى :

ـ لو لم تكن هذه مربعة الاضلاع لما كانت مربعا .

وبهذا نحصل على تكافؤ بين الاخيرة وبين :

ـ « اذا كانت هذه مربعا فهى ذات أربع أضلاع »

وعادة المكافىء لها هو :

ـ ( س > ص ) ≡ ( ص > س )

فمتكافئات س > ص يمكن اجمالها فيما يلى :

– ( س > ص ) ≡ ( ~ س ٧ ص ) ≡ ~ ( س • ~ ص )

≡ ( ~ ص > ~ ص )

## التنقيط المنطقى

– «اذا كان الذهب شرا فعلى ذلك اذا كان الناس يحبون الذهب فهم يحبون الشر»

وهذه صورتها كالآتى :

س > ص > ل

ويبدو هذا التعبير كما لو كان يقوم مقام دالة صدق ، ولكن الواقع أنه ليس كذلك • بل الواقع أنه لامعنى له لانه لايخبرنا ما اذا كانت س تستلزم ان ص يستلزم ل ام ان س تستلزم ص تستلزم أن يكون ثمت ل •

ولكن بمعاونة الاقواس فى التنقيط نجد التفسيرين التاليين :

١ – س > ( ص > ل )

٢ – ( س > ص ) > ل

وهذه العبارات الاخيرة قضايا تدل على دوال صدق مختلفة وفقا لطريقة التنقيط •

والقضية – س ٧ ص > ل

لها قراءتان : الأولى بمعنى «اما ان س صادقة أو ص تستلزم ل »

والثـانية بمعنى «اذا كانت س أو ص صـادقة لزم أن تكون

ل صادقة »

٢ ـ (س ٧ ص) ٧ ل

وفي حين أن صدق س وحدها فى الأولى (١) يكفى لجعل صدق الدالة س ٧ (ص > ل) صادقة فان صدق س وحدها فى الاخيرة (٢) لايكفى لجعل (س ٧ ص) > ل صادقة ·

وواضح أن القضـية «س ٧ ص > ل» لاتعبر عن أى دالة ولذلك فالتنقيط ضرورى · وقـد تبينت الحـاجة الى استخدام التنقيط بمجـرد الرغبـة فى التعبير عن نفى دالة تتضمن أكثر من متغيرة مثل ~ (س · ص) فالدالة ~ (س · ص) ـ التى تكاد تكون هى نفسها ~ س ٧ ~ ص تختلف اختلافا واضـحا عن الدالة التى تحتـوى على نفس الثوابت ~ س · ص

## مجال الثوابت

ادخال رموز التنقيط يضيف تصورا صوريا جديدا الى ولابد من اعتبار الاقواس كما لو كانت تشير الى تصورصورى· وتغيير الاقواس يخلق تعبيرات ذات دوال صدق مختلفة مثل :

~ س > ص

~ ( س > س )

فدالتا الصدق هنا مختلفة على الرغم من أنهما لايختلفان عن التصورات الصورية السابق عدها فى ❀ وبالتالى مادامت دوال الصدق تختلف مع احتوائها على نفس الثوابت بنفس النظام فلابد أنها تختلف من جانب صورى آخر أى بفضل تصور صورى آخر تحتوى عليه بأشكال مختلفة ٠ وهـذا التصـور الآخر هو مجال الثابتة ويشير الى مجـال الثابتة مجمـوعة الاقواس التى نستخدمها ٠

( س ٠ ص )

ولكن مجال الثابتة هو الجزء أو الاجزاء الخاصة بدالة الصدق الذى تظهر فاعلية الثابتة عليه ٠ ومجال وقوع النفى فى دالة الصدق هو ذلك الجزء من الدالة الذى تنفيه ٠ ومجال وقوع الوصـل هو الدوال التى ترتبط بالوصل ٠ ومجـال الفصل هو مجموع البراهين التى تفصلها الثابتة ٠ ومجال الاستلزام هو تلك البراهين (السابق واللاحق) التى تربطهما وتحكمهما ٠

وفى العادة مجـال الارتباط الصـورى هو الدوال التى ترتبط عن طريقه :

ولكن نصور مجال « ~ » فى الدالة

~ (س ٧ ص)

هو س ٧ ص

فى حين آن مجالها فى :

~ س ٧ ص

هو س فقط

وفى القضية

~( ~ س > ~ ص )

الذى يضم ثــلاث وقائع للثابتة « ~ » يكون مجــال الوقوع الاول ~ س > ~ ص ويكون مجــال الوقوع الثانى هو س ومجال الوقوع الثالث هو ص ·

وكذلك الحال فى الدالة ·

(س ٧ ص) · (ل ٧ ~ ع)

ومجال الوقوع الأول للثابتة «٧» هو البراهين س ، ص · ومجال الوقوع الثــانى هــو : ل ، ~ ع فى حين أن مجال « · » يمتد الى الدوال س ٧ ص ، ل ، ~ ع والثابتة ذات المجال الأوسع فى هذه الدالة هى « · » لانها تربط البراهين التى تعد كل البراهين الاخرى فى الدالة بأكملها أجزاء منها· والثابتة ذات المجال الاضيق ستكون دائما هى « ~ » لفاعليتها على متغيرة واحدة · ويلى مجال « · » فى الاتساع مجال «٧» بما وقع له أولا فى س ،ص وبما وقع له ثانيا فى ل ، ~ ع· ولمجرد اللياقة يجرى اســتخدام الاقواس لبيان مجال الثابتة فقط عندما يؤدى حذفها الى غموض وربكة التعبير والاقواس حــول س ، ص مثلا فى « ~ س > ص» يمكن حذفها لان المجال واضح بدونها فمجال « ~ » هو س ومجال « > » هو ~ س ، ص ·

## قواعد السياق التركيبى أو السينتاكى

هناك تقاليد متفق عليها فيما يتعلق باستخدام الاقواس ٠

وقد جرى استخدامها للآن عنه الاحساس بضرورتها كما هو الحال فى «س ٧ ص > ل» حيث يتضح أن عدم وجود الاقواس يؤدى الى ترك التعبير دون أن نشير اليه أو تتعادل معه أية دالة من دوال الصدق ٠

ولكن لابد الآن من اقرار القواعد المتفق عليها بشــأن الاقواس فالى جانب ماسبقت الاشارة اليه يجب اقرار القواعد التى تستبعدتوليفات منالرموز مثل « ~ ٧ س» ، «س‌ص٧»، «س > » لانها لم تتشكل على النحو المناسب ٠ ومن الواضح أنها لا معنى لها ٠

ولكن لاتوجد أسباب سنتاكسية يمكن اعطاؤها لتبرير خلوها من المعنى ٠

وبمجرد اقرار القواعد سيكون من الميسور تأييد أى توالى فى الرموز فضلا عن أنها ستيسر استبعاد التوليفات السيئة التنقيط ٠

وقواعد ادماج الرموز فى متتابعات ذات دلالة ستؤلف السينتاكس ٠ ووفقا لهذه القواعد سيمكن تأسيس المدمجات الرمزية التى تعبر عن دوال الصدق ، واستبعاد اللغو ٠

وستحكم هذه القواعد معنى الدلالة ٠ وستوضع القواعد فى حدود « ~ » ورمز ثابتة أخرى هو «٧» واختيار ثابتة أخرى واحدة بالاضافة الى النفى سيبسط عدد القواعد لانها

ستحتوى على عــدد أقل من الرمــوز عمــا يمكن أن يكون ٠

∧ ∧ ∧

وسنستخدم الحــروف التاجية س ، ص ، ل للاشــارة الى أى

∧ ∧ ∧

رمز أو متتابعة من الرموز ٠ والمتغيرات س ، ص ، ل تسمى عادة متغيرات سياقية أو سنتاكسية وعند استخدامها كمتغيرات ستؤخذ بوصفها قيما شأنها شأن «س» ، «ص» ، « ~ س» ، «س ٧ ص» الخ ٠٠

وقواعد دالات الصدق كما يلى :

١ ــ «س» ، «ص» ، «ل» ، «م» تعبيرات دالة الصدق ٠

∧

٢ ــ اذا كانت « أ » دالة من دوال الصدق

كانت « ~ أ » دالة من دوال الصدق كذلك ٠

∧ ∧

٣ ــ اذا كانت « أ » ، « ب » تعبيرات لدوال الصدق

∧ ∧

كانت أ ٧ ب أيضــا تعبيرا من تعبيرات دوال الصدق ٠

٤ ــ لاتعبر سلسلة الرموز عن دالة الصدق الا اذا كان عملها ذلك مترتبا على القواعد السابقة أو اذا كان يمكن احــلالها محل تعبير دالة الصــدق بنــاء على التعريف ٠

والقاعدة رقم (٢) تولد « ~ ص» كتعبير دالة صــدق

∧

سليم وتنشأ « ~ ص» باحلال «ص» محــل « أ » وباعادة

استخدام القاعدة (٢) أى بواسطة اعادة احلال تعبيرات بدلا من « أ̂ » مثل « ~ أ̂ » نحصل على مايلى :

— « ~ [ ~ ( س ) ] »

— « ~ { ~ [ ~ ( س ) ] } »

وغيرها ...

القاعدة (٣) تساعدنا على استخلاص

— « (س) ٧ (ص) »

— « [ ~ (س) ] ٧ [ ~ (ص) ]

وغيرها .

ونحصل على الاخيرة باحلال محل « أ̂ » و « ب̂ » تعبيرات ناجمة بالاستبدال وفقا للقاعدة (٢) وباعادة استخدام القاعدة (٣) أى باحلال محل « أ̂ » ، «ب̂» تعبيرات نحصل عليها بالاستبدال من « (أ̂) ٧ (ب̂) » .

نحصل على مايلى :

— « [ ~ (س) ] ٧ [ (ص) ٧ (ل) ] »

— « [ (س) ٧ (ص) ] ٧ [ (ل) ٧ (م) ]

وغيرها .

وتعيننا القاعدة رقم (٤) على بناء :

– « (س) > (ص) »

لانه من الممكن استبدالها بالتعريف بما يلى

– [ ~ (س) ] ٧ (ص)

وبالمثل :

– ~ { [ ~ (س) ] • [ ~ (ص) ] }

على التوالى

وتبيح لنا هذه القواعد أن نقرر ما اذا كانت أية سلسلة متتابعة من الرموز ذات دلالة حرفية بالأحالة الى الأعتبارات السنتاكسية (السياقية) وحدها بدون أدنى رجوع الى الاعتبارات المعنوية • وهى تقضى ما اذا كانت التسلسلات ذات معنى مع ماقررناه أيضا بشأن صلاحية التعبير فلا شىء يمكن أن يؤدى الى (٧ س)

ذلك أن القاعدة الاولى تقرر أن «س» تعبير دالة صدق • والقاعدة الثانية تقرر ذلك فيما يتعلق بالشكل «~ (س)» والاخيرة نموذج للتعبير الذى يحتوى على متغيرة واحدة مستخلصة • اما اذا جئنا للتعبيرات التى تشمل «٧» تطلبت القاعدة (٣) متغيرتين على الاقل (أو تكرارا مرتين على الاقل لمتغيرة واحدة بعينها) بحيث لايمكن الحصول على «٧ س» بأى قاعدة استبدال • ولكن فى حالة استبدال الثوابت ( «٧» بدلا من « – » مثلا وغيرها ) وفقا للقواعد أو فى حالة ماتخصص القاعدة رقم (١) ان تعبيرات أخرى سوى «س» ، «ص» ، «ل»، «م» هى أيضا تعبيرات دالات صدق ••

فى هاتين الحالتين يمكن الحصول على «٧ س» وماشاكل ذلك ...

وكذلك لايمكن أن ينتج تعبير غامض مثل «س < ص٧ل» بالاستبدال وفقا للقواعد لان الاقواس فى القاعدتين (٢) ، (٣) تردان بالطريقة التى تجعل التعبيرات التى نحصل عليها وحدها تتضمن المتغيرات والثـوابت فى «س < ص ٧ ل» هى :

— {[ (س) ] ٧ (ص) } ٧ (ن)

— [ ~ (س) ] ٧ [ (ص) ٧ (ن) ]

وتسمح لنا بعد ذلك القاعدة رقم (٤) باستخدام التعريف (س) < (ص) — لتحويل العبارتين السابقتين الى :

— [ (س) < (ص) ] ٧ (ن)

وكذلك — (س) < [ (ص) ٧ (ن) ]

على التوالى بحيث تصبحان بالتنقيط غير غامضتين . وبالممارسة ستخفف من التنقيط فى استخدام الاقواس بالشكل الذى تستلزمه القواعد وسنحذف الاقواس حيثما كان ذلك ممكنا كما هو الحال مثلا حول المتغيرات المفردة فى التعبيرات .

— ~ س

— س ٧ ص

– ~ ~ س

– ~ س ۷ ~ ص

– (س > ص) ۷ ل

## استخدام رموز بديلة للتنقيط

استخدام الاقواس معطل فى التعبيرات المعقدة ولكن يمكن استخدام رموز بديلة أو جملة من الرموز البديلة مع الاقواس٠ وقد ادخل هذه الرموز رسل وهواتهيد فى البرنكيبيا مثـال ذلك :

– أ ( س > ص ) | ن = ( ك )

تصبح بالطريقة التى وصفتها البرنكيبيا

– س > ص ٠> ٠ ل : ٠ ك

## دالة الشطب

هناك قواعد أخرى يمكن أن تضاف الى القواعد السابقة لتحديد لغة دوال الصدق ٠ وسوف تؤدى هذه القواعد الجديدة دورها فى بناء كل التعبيرات الدالة واستبعاد كل التعبيرات الخالية من الدلالة أو المعنى ٠

فهناك مثلا قواعد أكثر تعقيدا يمكن وضعها فى اطار الرموز « ~ » «۷» وكذلك فى اطار الرموز الاضافية «٠» ، « > » ، « ≡ » ٠

وهناك قواعد أكثر بســاطة يمكن وضعها حيث نجــد أنفسنا بحاجة الى استعمال رمز جديد هو «/» وهو مايشير الى دالة الشطب · وهو رمز تقدم به شيفر Sheffer وباضافة هذا الرمز الى المتغيرات المعروفة تجتمع لنـــا أداة التعبير عن كل دالة صدق لان كل الثوابت المتــوفرة لدينا يمكن تحليلها بلغة الفكرة التى ترمز لها دالة الشطب «/» ·

ويهمنا فحص دالة الشطب س/ص فى حــد ذاتها كمـــا يهمنا أن نقدم عرضا لاستعمالها فى تحديد الرموز المألوفة · وابتداء من ذلك يمكن اعادة وضع اطــار القــواعد السياقية (السينتاكسية) ·

ويجرى تعريف الرمز «/» على النحو التالى :

ـ تف س/ص · = · على الاقل واحدة من الاثنتين س ، ص كاذبة ·

وبواسطة هذه الفكرةالجديدة يمكن تعريف دالة التناقض « ~ س» على النحو التالى :

ـ تف ~ س · = · س/س

ويعنى س/س انه على الاقــل احــداهما س ، س كاذبة وبالتالى تعنى أن س كاذبة طالما كانت «···» أو «···» تعنى دائما نفس الشيء مثل «···» (ومثلها : «اليوم الجمعة» أو «اليوم الجمعة» وهى تعنى نفس الشيء مثل «اليوم الجمعة» ) ويجرى تعريف دالة الفصل «س ٧ ص» على النحو التالى :

ـ تف س ٧ ص · = · (س/س) / (ص/ص)

وتعطى هذه المعرفات معنى انه على الاقل أحد البراهين «س كاذبة أو س كاذبة» (ومثلها س كاذبة) وكذلك «ص كاذبة أو ص كاذبة» (ومثلها «ص كاذبة» ) واذن على الاقل س ، ص احداهما صادقة • وباستخدام تعريف دالة التناقض يمكننا

ـ تف س ٧ ص • = • ~ س/ ~ ص

ويجرى تعريف دالة الوصل «س • ص» على النحو التالى:

ـ تف س • ص • = • (س/ص) / (س/ص)

ويمكن تبسيط هذه على النحو التالى :

وتعطى هذه المعرفات definiens معنى أنه من الكذب انه على الاقل واحدة من الاثنين س ، ص كاذبة •

أما دالة الاستلزام المادى س « > ص» فيجرى تعريفها كالآتى :

ـ تف س > ص • = • س/ (ص/ص)

وهذه يمكن تبسيطها :

ـ تف س > ص • = • س / ~ ص

ويجرى تعريف دالة الاستلزام المادى «س ص» كما يلى :

ـ تف س ≡ ص • = • [ ( س.س ) / ( ص ص ) ] / (س ص)

ويمكن تبسيط هذه بحيث تصبح المعـرفات (الجـانب المعرف) معادلا لنفس الشيء مثل «س ≡ ص» •

وهكذا أمكن تعريف «~» . «.» . «٧» «>» . - - »

بواسطة رمز دالة الشطب • وكل تعبيرات دوال الصدق المتضمنة هذه كلها يمكن احلال تعبيرات تحتوى على س ، ص وغيرها مع «/» محلها • فاذا أخذنا «/» ، على انها الثابتة البدائية الوحيدة أمكن اقرار قواعد السياق (السنتاكسى) بدون اشارة ظاهرة الى الرموز المألوفة عن تصورات ويمكننا تبسيط عدد القواعد فى لغة دوال الصدق السابقة باحلال هذه القاعدة المفردة •

ـ اذا كانت أ ، ب تعبيرات دوال صدق

كانت (أ) / (ب) تعبيرات دالة صدق •

محل القاعدتين (٢) ، (٣) فيما سبق •

## أسئلة وتمرينات

١ ـ حاول أن تميز « ~ س ٧ [ ( ل . م ) ٧ ع ] »

من « ( ~ س ٧ ل ) . ( م ٧ ع ) »

وذلك بواسطة العثـور على الشرط الأسـاسى الذى من شأنه أن يجعل واحدة منهما صحيحة دون الأخرى ٠

ـ أعد تنظيم الرموز التالية بحيث تؤلف تعبيرا سليما

« ( » ، « س » ، « ص » ، « > » ، « . » ، « ) » ، « ٧ » ، « ل » ، « . » ، « ~ »

٢ ـ ناقش عبـارة أن التنقيط تصور «صورى» جـديد ٠ وما المقصود من القول بأن احدى الثوابت تملك مجالا أوسع من أخرى سواها ؟ قدم أمثلة على ذلك ٠

٣ ـ اثبت أن «س ~ س» لايمكن اسـتخراجها من قـواعد السياق (السينتاكسى) من ١ الى ٤ ٠

٤ ـ استخراج التعبيرات التالية من القواعد من ١ الى ٤ ومن التعريفات :

ا ـ [ ~ س ٧ ( س ٧ ص ) ]

ب ـ ( س > ~ س )

حـ ـ ~ [ ~ س > ( س > ص ) ]

د ـ [ ~ ( س ٧ س ) ٧ س ]

ر — [ ص ٧ ~ ( س . ص ) ]

ط — ~ [ س ٧ ( ص ٧ ل ) ]

ف — [ ( س . ص ) > ل ]

ك [ ~ ( ~ س . ~ ص ) ٧ ل ]

م — [ س . ( ص ٧ ل ) ]

ن — [ ( س > ص ) . ( ص > ل ) ]

**٥ ــ ضع التعبيرات التالية بين أقواس لاستبعاد الغموض :**

أ — س ٧ ص > ل م

ب — ~ س > س > ص

حـ — س > ص > ~ ص > ~ س

د — س ٧ ص > ~ س > ~ ص

م — ~ س > س ٧ ص > ص

ن — ~ س > ص > س > ص > ص

هـ — س ٧ ص > ص > س > ص

و — س ٧ ص > ص > س > ص

ع — ~ س ٧ ل > م . ط ٧ ~ ص

ث — س > ص . ص > ل > س > ل

ط — س > ~ س ٧ س > ن > س > ص ٧ ل

ك — س ٧ ص > ل . ~ س ٧ ~ ص > ن

ى — س ≡ ~ ص . ص ≡ ~ ل > س > ل

٦ ـ اظهر عيـوب التنقيط ووضـحها ثم اعمل على تنقيط العبارات التالية بحيث تبدو واضحة :

ا — س . ٧ . ص . > . ص ٧ س

ب — س > ل ٧ م . ك

حـ — س ≡ ص ٧ ل . م

د — س > ص > ل . م

٧ ـ عبر عن الدوال التالية بدالة الشطب

ا — س ٧ ~ ص

ب — ~ س . ص

حـ — س > ~ ص

ز — ( س ٧ س ) > س

م — ص > ( س ٧ ص )

ن — ( س ٧ ص ) > ( ص ٧ س )

هـ — ~ ص > ( ~ ص ٧ ~ س )

و — ( س > ~ س ) > ~ س

٨ ـ عبر عن الدوال التالية فى حـدود الثـوابت الخـاصة بالمجموعة ♭ فقط :

أ - ( ~ س / ص ) / ( ~ ص س )

ب - ( س / ~ س ) / ( ص / ~ ص )

حـ - [ ( س . س ) / ( ~ ص / ~ ص ) ] /
( س / ~ ص )

د - { [ س ( ص / ص ) ] / [ ص / ( س س ) ] } /
{ [ س ( ص ص ) ] / [ ص / ( س / ص ) ] }

## تدريبات عملية

الاجـابة على كل عملية موجودة تحت الخط الموجـود فى نهايتها • ومن أجل اختبار قدرتك ضع ورقة على الاجابة تحت الخط لترى ما اذا كانت اجابتك صحيحة •

### حساب القضايا

### النفي والوصل

١ ـ نفى القضية س هو ~ س ويقال لا س وهى عبارة عن القضية التى **تصدق** اذا **كذبت** س •

وتكون **كاذبة** اذا كانت س صادقة • وفى أبسط الأحوال يكون نفى القضية بوضع «لا» أو مايعادلها قبلها •

ونفى القضية « القاهرة فى مصر » هى القضية «القاهرة ••••••»

أكمل العبارة

---

**ليست فى مصر**

٢ ـ اذا كانت س هى نفى ص ، كانت ص هى نفى س هذه العبارة صادقة/كاذبة •

---

**صادقة**

٣ ـ نفى القضية «حسن لايحب الرقص» ٠

هى القضية « حسن ٠٠٠٠

---

يحب الرقص

٤ ـ فى بعض الأحيان يتألف نفى القضية بتغيير سور القضية «بعض» واستبداله بوضع «لا» أو العكس أو بأى طريقة أخرى ٠

والسؤال الآن : أى القضايا التالية نفى للقضية

« رجال الرياضيات يخطئون أحيانا»

١ ـ رجال الرياضيات لايخطئون دائما

٢ ـ رجال الرياضيات لايخطئون أبدا فى بعض الأحيان

٣ ـ رجال الرياضيات لايخطئون قط ٠

---

رقم (٣)

٥ ـ القضية المنفية كاذبة اذا صدقت الأصلية وتكون صادقة اذا كانت الأصلية كاذبة ٠ أى القضايا التالية نفى للقضية ٠

« هناك دائما أحد بالجامعة »

١ ـ أحيانا لا أحد هناك بالجامعة

٢ ـ لايمكن ألا يوجد أحد هناك بالجامعة

٣ ـ لايمكن أن يوجد أحد هناك بالجامعة ٠

---

رقم (١)

٦ ـ بالطبع قد توجد صيغ مختلفة لنفى القضية
فأى قضية فيما يلى هى نفى القضية
« هل كل الفرنسيين ثرثارون ؟ »

١ ـ هل بعض الفرنسيين ثرثارون ؟
٢ ـ هل بعض الفرنسيين على الأقل غير ثرثارين ؟
٣ ـ هل الفرنسيون ليسوا جميعا ثرثارين ؟
٤ ـ هل يوجد هنـاك عـدد قليل فعلا من الفرنسيين غـير ثرثارين ؟
٥ ـ هل ليس صحيحا أن كل الفرنسيين ثرثارون ؟
( أكتب رقم أو أرقام القضايا) .

---

رقم (٢) ، (٣) ، (٥)

٧ ـ العلاقة المنطقية بين س ، ~ س هى ....

---

التناقض

٨ ـ ~ ~ س هى نفى لا س
فما هى العلاقة بين ~ ~ س ، س ؟

---

التعادل

٩ ـ اذا كانت س تعادل لا ص فما هى العلاقة بين
~ س . ص ؟

**تعادل**

١٠ ـ بعض التصورات الجديدة فى النفى

تتألف القضية « هناك مقعد ومنضدة فى غرفتى»

ـ هناك مقعد فى غرفتى

ـ هناك منضدة فى غرفتى

والقضية الكلية هى قضية وصل للقضيتين المشاركتين فى التركيب وتكون «س ، ص» صادقتين عن س ، ص فقط اذا كان كل من س ، ص صادقتين معا ٠

والوصل للقضيتين (يستلزم ـ أو لازم عن)

قضيتين كليهما منفصل ٠

فما هو الأصح : يستلزم ـ أو لازم عن ٠

---

**يستلزم**

١١ ـ سوف نكتب الوصل «س (و) ص» بالشكل التالى :

«س ٠ ص»

فما هى العلاقة بين س ٠ ص ، ص ٠ س ؟

---

**تعادل**

١٢ ـ تشير الأداة (و) كثيرا وليس دائما الى الوصل ٠ فى أى الحالات التالية يوجد وصل بين قضيتين :

١ ـ حسن ومحمد أصبهان ٠

٢ ـ حسن ومحمد موجودان معا ٠

٣ ـ يوجد ٢٧ رجلا وامرأة بالغرفة ٠

٤ ـ يوجد ١٤ رجلا و ١٣ امرأة فى الغرفة ٠

٥ ـ حسن ومحمد طولهما ٦ ، ٢ و ٥ ، ٩ على التوالى ٠

( اكتب الرقم أو الأرقام ) ٠

---

**١ ، ٤ ، ٥**

١٣ ـ يمكننا تكوين وصل من ثلاث قضايا أو آكثر على شكل «س ٠ ص ٠ م» وهكذا ٠ والوصل الثلاثي يمكن أن يعد وصلا بين (س ٠ ص) ٠ م

أو بالتبادل كوصل بين س وص ٠ م

فتكون س ٠ (ص ٠ م)

ولكن هاتين الصورتين متعادلتان ولذلك لا حاجة بنا الى الأقواس ٠ فكم عدد القضايا المشاركة فى التركيب والموجودة فى القضية التالية : «حسن ومحمد سعديان وناجحان ؟»

---

**أربع قضايا مشاركة فى التركيب**

١٤ ـ وصل س ٠ ص يمكن وصفه بأنه قضية صادقة اذا كان كل من س ، ص صادقة ولكنه يكون قضية كاذبة اذا كانت احداهما كاذبة ٠ ويتبع ذلك أن وصل س ٠ ص٠ م يكون صادقا اذا كانت كل من س ، ص ، م صـــادقة جميعها كما تكون كاذبة اذا كانت واحدة (أو آكثر) من بينها كاذبة ٠

ـ فاذا كانت س صادقة ، هل يتبع ذلك أن تكون س ٠ م صادقة ؟

ـ واذا كانت س · ص صادقة ، فهل يتبع ذلك أن تكون س صادقة ؟

---

لا

نعم

بالترتيب على التوالى

١٥ ـ أحيانا نستخدم لفظة «لكن» بدلا من «و» من أجل توضيح التقابل من أى نوع بين القضايا المشاركة فى القضية المركبة · مثلا خذ القضية : «البواخر الحربية رمادية اللون لكن العبارات بيضاء اللون عادة» ·

على أى حال لايوجد تقابل منطقى فيما بين :

ـ البواخر الحربية رمادية اللون ·

(و) العبارات بيضاء اللون عادة ·

فهما ليستا متناقضتين ولا متضادتين · وعلى ذلك ففى امكاننا لكثير من الأغراض أن نتناول القضية المركبة ببساطة على أنها وصل ·

ماهى العلاقة المنطقية بين «الكلام من فضة لكن السكوت من ذهب» وبين :

ـ الكلام من فضة ؟

ـ السكوت من ذهب ؟

---

استلزام شديد

( فى كلتا الحالتين)

١٦ ـ اذا كانت س ، ص صادقتين ، م كاذبة
فأى القضايا التالية صادقة ؟

١ ـ ~ س · ص ؟

٢ ـ س · ~ م ؟

٣ ـ ~ م · س · ~ ص ؟

٤ ـ ص · س ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام أو لاشيء) ·

---

٢ ، ٤

١٧ ـ يمكننا كـذلك أن ننفى الوصل · فمثلا « ~ (س · ص) » تعنى «ليس كـلا س ، ص» أى أنهـا «ليس صحيحا أن س وص كليهما صادق» ·

والأقواس ضرورية هنا للتمييز بين

ـ ~ (س · ص)

· ـ ~ س · ص

لأن الأخيرة تعنى أن س كاذبة ، ص صادقة ·

فاذا كانت س تعنى «يوجد زبد بالثلاجة»

، ص تعنى «يوجد جبن بالثلاجة»

فأى القضايا التالية تمثل « ~ (س · ص) » ؟

١ ـ لايوجد زبد أو جبن فى الثلاجة ·

٢ ـ لايوجد زبد ولا يوجد جبن فى الثلاجة ·

٣ ــ لايوجد أى من الزبد والجبن فى الثلاجة ٠

( اكتب الرقم )

---

١٨ ــ هــل ~ (س ٠ ص) تعنى نفس الشيء مثــل ~ س ٠ ~ ص ؟

---

لا

١٩ ــ اذا كانت س تعنى «ســوف تمطــر» ، ص تعنى «سوف نذهب الى الشاطىء» فاكتب صيغة تمثل :

ــ سوف تمطر وسوف لانذهب الى الشاطىء ٠

---

س ٠ ~ ص

٢٠ ــ بنفس المعانى السابقة لكل من س ، ص

دخول تحت التضاد ٠

ــ ليس صحيحا أنها سوف تمطر وأننا سوف نذهب الى الشاطىء ٠

---

~ (س ٠ ص)

٢١ ــ اذا كانت سن تعنى « حسن موجــود» ، ص تعنى «خليل سعيد» فالصيغة ~ (س ٠ ~ ص) تعنى أنه ليس صحيحا أن كلا ٠٠٠٠٠ وأن ٠٠٠٠

أكمل

من حسن موجود

خليل غير سعيد

٢٢ ـ لاحظنا أن وصل قضيتين يستلزم كلا منهما على حدة · فتستلزم س · ص القضية س كما تستلزم س · ص القضية ص بالمثل · وباستعمال العلامة > نستطيع الاشارة الى الاستلزام

ـ س · ص > س

ـ س · ص > ص

والاستلزام يكون صحيحا أو غير صحيح

فهل الاستلزام س · ~ ص > ص

صادق ؟

---

نعم

٢٣ ـ اذا كانت س صادقة وص كاذبة

كانت ~ (س · ص) · · ·

---

صـادقة

٢٤ ـ أخبر عن الصحيح فى الاستلزامات التالية :

١ ـ س · ~ ص > ~(س · ص) ؟

٢ ـ ~ س · ~ ص > ~ (س · ص) ؟

٣ ـ ~ س · ص > ~ (س · ص) ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام أو لاشىء )

١ ٢ ، ٣

٢٥ ــ فى أى الحـالات التـالية تكون ـ (س · ص) صادقة ؟

١ ــ اذا كانت س ، ص كلاهما صادقتين ؟

٢ ــ اذا كانت س صادقة وص كاذبة ؟

٣ ــ اذا كانت س كاذبة وص صادقة ؟

٤ ــ اذا كانت س ، ص كلاهما كاذبة ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام )

---

٢ ، ٣ ، ٤

٢٦ ــ فى أى الحالات الأربع السابقة تكون س ، (س · ص) كلاهما صادقة معا ؟

( أكتب الرقم أو الأرقام أو لاشىء )

---

٢٧ ــ عندما نستخدم الحروف س ، ص ، م لتمثيل قضايا غير معينة ، تكون العلاقة بين أى قضيتين منهما عـلاقة عدم ارتباط وعدم اكتراث ·

أما العلاقات بين القضايا المشاركة فى القضايا المركبة فغالبا ما لا تكون علاقات عدم ارتباط وعدم اكتراث ·

مثلا العلاقة بين س · ص و بين س هى · · ·

**علاقة استلزام شديد**

٢٨ ـ العلاقة بين س · ص وبين ص · س هى ···

---

**علاقة تعادل**

٢٩ ـ العلاقة بين س وبين س هى ···

---

علاقة تناقض

٣٠ ـ دعنا نقيم أمثلة للعلاقات المنطقية الأخرى فالقضايا تكون «متضادة» عندما لاتكون صادقة معا ولكن يمكن أن تكون كاذبة معا ·

وتكون «داخلة تحت التضاد» عندما لاتكون كاذبة معا ولكن قد تكون صادقة معا ·

والعلاقة بين س · ص وبين ~ص هى ····

---

**علاقة تضاد**

٣١ ـ العلاقة بين س وبين ~ (س · ص) هى ·····

---

دخول تحت التضاد ·

٣٢ ـ العلاقة بين ~ س وبين س · ~ ص هى ······ تضاد ·

## تدريبات عملية

### الفصل المنطقى

سنقدم هنا الرمز «أو» وسنربطه بالوصل وبالنفى ٠

١ ــ النفى ~ س بالنسبة للقضية س هو عبارة عن قضية تكون صادقة اذا كانت س ٠٠٠ و ٠٠٠ كاذبة ٠٠٠

---

وكاذبة اذا كانت س صادقة

٢ ــ القضية الموصولة س ٠ ص يجرى تعريفها بأنها قضية صادقة اذا كانت س ، ص ٠٠٠٠ ولكن بخلاف ذلك تعد كاذبة ٠

---

صادقة أو كانت كلتاهما صادقة

٣ ــ النفى والوصل هما دالتا صدق لأنهما تعرفان فقط من حيث الصدق أو الكذب وفقا لصدق أو كذب القضايا المركبة منها ٠ وتوجد مركبات أخرى تستخدم النفى والوصل وتوصف كذلك بأنها دالات صدق ٠ وعلى ذلك س ٠ ~ ص هى دالة الصدق للقضيتين س ، ص لأنها تكون قضية صادقة عندما تكون س ٠٠٠٠ وص ٠٠٠ ولكنها تكون فى غير ذلك الوضع كاذبة ٠

صادقة ٠٠٠ كاذبة

( بهذا الترتيب )

٤ ـ عبر بدالات صدق القضـية المركبة س ٠ ص ٠ م انها صاادقة عندما تكون ٠٠٠٠
وكاذبة عندما تكون ٠٠٠٠

---

( فى ألفاظ مناسبة )

٠٠٠ كل القضايا س ، ص ، م صادقة

٠٠٠ أى واحدة منها أو أكثر كاذبة

٥ ـ ويوجد تصور لدالة صدق مفيدة هى الفصل وتمثلها لفظة «أو» أو ألفاظ أخرى مثل «اما ٠٠٠ أو» وتعتبر القضية «شعره كان أسودا أو غامق اللون» هى عبارة الفصل للقضايا التالية :

« ٠٠٠٠٠ » و «٠٠٠٠٠»

---

« كان شعره أسودا » ٠٠٠ «كان شعره غامق اللون»

٦ ـ الفصل س أو ص بين جملتين همـا س ، ص يكتب «س ٧ ص» (والعـلامة ٧ مأخـوذة من اللفظة اللاتينية فيل « » بمعنى أو )

وتعرف س ٧ ص بأنها تكون عبارة صادقة عندما تكون س صادقة أو ص صادقة أو كليهما ٠ وتكون كاذبة اذا كان س ، ص كلاهما كاذبتين ٠

فاذا كانت س صادقة ، ص كاذبة تكون س ٧ ص ٠٠٠٠

واذا كانت س كاذبة . ص صادقة تكون س ٧ ص ...

واذا كانت س ، ص كلاهما صادقتين تكون س ٧ ص ...

---

صادقة (فى كل الحالات)

٧ ــ العلامة «٧» تستخدم للاشارة الى مايسمى بالمعنى غير المانع للأداة «أو» لأنه يشير الى «س أو ص أو كلاهما» . وأحيانا عندما نستخدم «أو» أو الألفاظ الأخرى مثل « اما .... أو ....» ونقصد باستخدامها المعنى المانع كما هو الحال فى «س أو ص ولكن ليس الاثنان معا ».

فاذا حملت احدى أوراق الامتحان التعليمات الآتية :

على الطلبة أن يجيبوا اما على السؤال الأول أو على السؤال الثانى .. فهذا سوف يفهم بالمعنى ....

---

المانع

٨ ــ اذا حدث انى عدت لأجد البيت خاليا من كل شىء والباب مفتوحا فأقول «اما أنى قد تركت الباب مفتوحا أو أن غريبا دخل الى هنا »

فعبارتى سيجرى فهمها بالمعنى .....

---

غير المانع

٩ ــ ليس من الواضح دائما بأى معنى نستخدم «أو» . وتأكيد «أو» يشير غالبا (ولكن ليس دائماباستمرار) الى المعنى المانع . على أى حال الرمز «٧» يستخدم دائما للاشارة الى المعنى غير المانع «س أو ص أو كلاهما» .

فاذا كان كل من س ، ص صادقا كان س ٧ ص ٠٠٠٠

واذا كان كل من س ، ص كاذبا كان س ٧ ص ٠٠٠٠٠

---

صادقة

كاذبة

( بنفس هذا الترتيب )

١٠ ـ الصيغة س ٠ ص > س ٧ ص

تعنى أن س ، ص تستلزمان س أو ص

فهل هذا الاستلزام صحيح ؟

---

نعم

١١ ـ اذا كانت س تعنى «الاكوادور موجودة فى أمريكا الجنوبية» وكانت (ص) تعنى «الاكوادور موجودة فى افريقيا» ٠

وقلنا «الاكوادور موجودة فى أمريكا الجنوبية أو فى افريقيا» كان من الممكن استخدام كلمة «أو» على السواء بمعناها المانع أو غير المانع طالما كنا نعرف سلفا بشكل مستقل أن أكوادور لايمكن أن توجد فى وقت واحد فى أمريكا اللاتينية وافريقيا ٠ وبالتالى يمكننا أن نرمز لهذه العبارة ببساطة فى الشكل غير المانع وأعنى به ٠٠٠٠٠

---

س ٧ ص

١٢ ـ يمكننا تكوين مفصولات (قضايا مفصولة) من ثلاثة قضايا (أو أكثر) كما هو الحال فى س ٧ ص ٧ م التى

يمكن تفسيرها على النحو التالى س ٧ (ص ٧ م) · والأقواس منا غير ضرورية · ولما كانت «٧» تشير الى المعنى المانع لكلمة «أو» يكون معناها كالتالى : «على الأقل قضية من القضايا س ، ص ، م صحيحة» · فاذا كانت س ، ص صـادقتين وم كاذبة كانت العبارة س ٧ ص ٧ م · · · ·

---

صادقة

١٣ ـ اذا استخدمنا النفى مع الفصل ينبغى أن نحترس عند استخدام الأقواس للتمييز بين ـ (س ٧ ص) ومعناها: «ليست واحدة من الاثنين س أو ص صـادقة» وبين ~ س ٧ ص التى تعنى «· · · · · ·»

---

( فى الألفاظ المناسبة )

« اما أن تكون س كاذبة أو ص صادقة (أو كلاهما) ·

١٤ ـ أكتب بالرموز «اما أن تكون س صادقة أو ص كاذبة (أو كلاهما) ·

[ فيما يأتى سنعتبر (أو كلاهما) كما لو كان مسلما بها ]

---

س ٧ ~ ص

١٥ ـ تكون الأقواس ذات أهمية اذا اسـتخدمنا الوصل والفصل معا · وعلى ذلك فالصيغة (س·ص) ٧ م معناها «اما أن تكون س ، ص صادقتين أو أن تكون م صادقة · ومن هنا تكون الصيغة س · (ص ٧ م) تعنى «· · · · ·»

( فى الألفاظ المناسبة )

« س صادقة واما أن تكون س صادقة أو م صادقة » ٠

١٦ ــ الصيغة ~ (س ٠ ص) تعنى «ليست س ، ص كلتاهما صادقة» وتكون كاذبة فى حالة واحدة فقط وهى أن تكون س وص كلتاهما صادقتين ٠ أو بعبارة أخرى انها تكون صادقة فى حالة واحدة فقط وهى أن تكون س كاذبة أو ص كاذبة أو كلتاهما ٠ وبالتالى فهى تعادل القضية المفصولة

س و ~ ص ويكون شكلها كالآتى «٠٠٠٠٠٠»

---

~ س ٧ ~ ص

١٧ ــ سنستخدم ≡ كرمز نشير به الى التكافؤ وقد برهنا فيما سبق على صدق التعادل أو التكافؤ

~ ( ص ٠ س ) ≡ س٧~ ص

فافرض أننا ننفى كلا الجانبين فى هذا التكافؤ فسنجد أن النفى يلغى بعضه فى الحد الأول الى اليمين ٠ وبالتالى يمكننا أن نكتب النتيجة كالآتى : «س ٠ ص ≡ ٠٠٠٠٠٠»

( أكمل الصيغة )

---

~ ( ~ س ٧ ~ ص )

١٨ ــ فى المثل السابق أوضحنا أنه يمكن التعبير عن الوصل بالنفى والفصل ٠ والآن دعنا نقلب هذه النتيجة بالتكافؤ بين الوصل والفصل ٠

والفصل س ٧ ص يكون كاذبا فى حالة واحدة فقط وهى

أن تكون س ، ص كلتاهما كاذبتين · ويكون صادقا فى حالة واحدة فقط وهى ألا تكون س ، ص كلتاهما كاذبتين ·

فاكتب بالرموز «القضية المفصولة س ، ص تكافىء نفى القضية الموصولة ~ س ، ~ ص» ·

---

س ٧ ص ≡ ~ ( ~ س ~ ص )

١٩ ــ اذا وضعنا س محل «يوجد بترول» ، ص محل «توجد حديقة» ، م محل «دارت المكنة» ·

فاكتب بالرموز :

« اما انه لايوجد بترول أو أنه لاتوجد حديقة والمكنة لم تدر» ·

---

( ~ س ٧ ~ ص ) . م

( انتبه الى الآقواس)

٢٠ ــ اذا كانت س ، ص صادقتين وم كاذبة فأى العبارات التالية صادقة ؟

( أكتب الرقم أو الأرقام أو لاشىء)

---

(١) ، (٢)

٢١ ــ اذا كانت س صادقة كانت س ٧ ص صادقة بغض النظر عما اذا كانت ص صادقة · وعلى ذلك فالاستلزام س س ٧ ص صادقة ·

فأى الاستلزامات التالية صادقة :

(أكتب الرقم أو الأرقام أو لاشىء)

(۱) ، (۲)

۲۲ ـ اذا أردنا أن نخصص بالرموز القضـية المفصولة المانعة «س أو ص ولكن ليسـتا معـا» يمكننا أن نفعل ذلك مباشرة بوضع رموز بدلا من العبارة «س أو ص ولكن ليس كلتا س ، ص» على النحو التالى : «٠٠٠٠٠»

( ملحوظة : الأقواس ضرورية )

# ملحق

## تعليقات وتعريفات

للمترجم

## المنطق واللغة والرموز

١ ـ كانت التفرقة بين الشكل والمضمون أو الصورة والمادة فى أعمال الفنانين اليونانيين مألوفة لدى اليونانيين قبل ظهور المنطق الصورى الأرسطى بمدة طويلة • فاذا نظرت الى احدى التحف الفنية الأغريقية عرفت أن الصورة أو الهيكل البنائى فى تلك التحفة هى التى تحدد مزايا الفن والجمال فيها عما سواها من القطع الفنية وغير الفنية • بل أن الكمال الذى يتمثل فى التحفة المذكورة دون سواها ناشىء عن الصورة التى تتمتع وتتميز بها تلك التحفة •

ولكن من الصعب آو من المستحيل أن تكون التحفة صورة بلا مادة تتشكل منها تلك الصورة • ومن المستحيل أن نتخيل فى مجالات الفنون والاشياء الطبيعية وجود الصورة والمادة مستقلتين احداهما عن الاخرى وان كانت الصورة لها الاولوية والاهمية القصوى فى الفن بالذات عن المحتوى المادى •

وكذلك الحال فى مجالات الفكر • فالفكر اذا عبرنا عنه بالقضية او بالبرهان كانت له مادته أو موضوعه كما تكون له بناء وصورة • وهذا معناه أن العبارة اللغوية صورة لمضمون معنوى يؤدى دلالات الفكرة المراد أداؤها •

وقد تكون الفكرة المؤداة فى احدى العبارات أو القضايا صحيحة وقد لاتكون والقضية الصحيحة هى قضية سليمة صادقة • وكذلك البرهان الصادق • فالصدق فى البرهان

هو ما اذا كانت النتيجة قد قام عليها دليل صحيح أو تأكدت بالاستدلال الصحيح فى المقدمات أو هو ما اذا كانت المقدمات تستلزم النتيجة • تلك هى النقطة الجوهرية فى المنطق الاستدلالى • والاستدلال يشير الى العملية المنطقية التى تجعل النتيجة لازمة من المقدمات أو مترتبة عليها أو التى تشير الى النتيجة التى لزمت عن المقدمات والاستلزام هو العلاقة بين القضايا التى بمجرد وجودها يلزم عنها ويترتب عليها وجود قضايا أخرى •

والصدق يشير الى القضايا عادة ولا يشير الى البراهين والاستدلالات • والقضية لاتصدق منطقيا بالاشارة الى الوقائع المادية التى تحتوى عليها وتتعلق بها وانما تصدق منطقيا عادة بسبب معناها وصورتها • وتتضح صورة القضية من ترتيب السياق (السينتاكس) الخاص بالكلمات بحيث يؤدى معناها • وصورة البرهان عبارة عن ترتيب الاجزاء التى يتألف منها • فمثلا هذه القضايا تملك نفس الصورة المنطقية وان اختلف مضمونها •

كل المصريين سنيون

كل المسلمين مصريون

اذن كل المسلمين سنيون

فكل هذه العبارات ذات صورة كلية موجبة لانها تؤكد حقيقة عن كل عضو بطريقة عامة عن موضوع الفئة ولكن مضمونها الذى تقرره مختلف فى الثلاث قضايا من الناحية الصورية الخالصة لايهمنا المضمون أو المعنى فى شىء • ويمكن تصوير هذا بالعبارة الحسابية التى تقول اثنان زائد اثنان

تساوى أربعة . فمهما كان مضمون هذه العبارة الحسابية فهى صادقة . وهكذا الأمر فى المنطق الصورى فاننا نستطيع أن نخلى انتباهنا تماما من المواد والاشياء الجزئية أو المضمون المعنوى للقضايا المنطقية ونركز على الصورة .. على صورة القضية أو بعبارة أخرى علاقة الاستلزام المنطقى التى يترتب بناء عليها استخلاص النتيجة من المقدمات كما هو الحال فى المثال السابق هى فى الواقع علاقة مجردة وصورية ولا تعتمد على الصدق الحقيقى فى المقدمات . فالالفاظ رموز لغوية مجردة تشير الى أشياء وعمليات تجريبية عينية . وهى تؤدى دورها فى المنطق لتخدم غرضه باستخدام رموز على أعلى مستوى من التجريد . ويمكن أن نضع بدلا من الرموز اللغوية: مصريون سنيون مسلمون رموزا مجردة تماما مثل س ص ل على التوالى فنطقى بالاستدلال التالى :

كل س ص

كل ص ل

∴ كل س ل

وهكذا تتشكل أمامنا صورة القضية بوضوح ومن السهل أن نتعرف على الصدق الصورى للاستدلال الوارد هنا بغض النظر عن المضمون الخاص فى س ، ص ، ل ومهما تكن دلالاتها .

٢ ـ والمنطق الرمزى الجديد صار اليوم بمثابة **حساب منطقى** بعد أن تخلص نهائيا من مشكلة المضمون . وأصبح واضحا أن القوة التى يتمتع بها المنطق الرمزى والضمان الأكيد لعملياته ناشئان من أن هذا العلم لايقول شيئا ولا يشير

الى أشياء ومتحرر تماما من كل التحديدات والتقييدات المادية أو الفيزيائية • فهو لايشـير الى مؤديات عينية فى الـواقع الخارجى وانما يعنى بآفاق امكان استخدام الرموز القائمة من اجل أغراض مجردة واضحه • وهذه التجريدات مشروعة وصحيحة طالما كانت خاضعة للقواعد المنطقية ومتساوقة فيما يقين بعضها البعض •

ولا يتخيل أحد أن **رجـال المنطق الرمـزى يشـتغلون بالرياضيات** أو أننا فى مجال المنطق الرمزى نشتغل بعلوم رياضية مثل الجبر مثلا • فقد أدى هذا الاحساس لدى الكثيرين الى خطأ فادح • **فنحن فى مجال المنطق الرمزى نشتغل بالمنطق الصورى** وحسب مهما تكن استفاداته من روافد شتى ومنوعة •

والمشكلة التى نشأت فى هذا الصدد حدثت بعد ظهور عدة أزمات غير مقصودة بطبيعة الحال ولكنها جزء من محاولات تجديد المنطق وتحسين أدواته وتطوير وسائله • وكان ذلك على أثر تطـوير المنطق الـرياضى المعتمد على المفهومـات الرياضية البحتة •

وأحب أن أنبه هنـا منذ البداية أنه لامانع من اجراء التجارب والمحاولات سواء من جانب الرياضيين او الفيزيائيين من اجل تطـوير آداة الفـكر والفهم ومن اجل خلق أدوات منهجية صالحة لمواجهة كل جوانب الحركات الذهنية المماثلة لمجالات المنطق الصـورى • لاشـىء يمنع أن يوجد مئات الاتجاهات والتيارات كما هو حادث فى اوربا لكن من الضرورى أن يكون واضحا لنا تماما اسم الفرع أو الاتجاه الذى نعمل فيه •

ويمكن تعميق اتجـاه بالذات من الاتجـاهات التـاريخية المعروفة لدينـا اليوم فى تاريخ تطور العلوم الاسـتدلالية ويمكن اختيـار أحد المنحنيـات الهامة هنا أو هناك ولكن ينبغى أن يكون للفرع الذى نشتغل به اسم واضح مؤسس على تطورات علمية صحيحة ٠

وكان من الطبيعى لدى أصـحاب العلوم الرياضـية فى القرن الماضى أن تتولد اتجـاهات ونزعات خاصة كمحاولات فى أرض كانت لاتزال حينذاك خالية من الوضـوح الذهنى بصدد كثير من المشكلات العلمية والفكرية فى أبواب المنطق والرياضيات ٠ وتخيل بعضهم مثل جورج بول Boole (١٨١٥ ـ ١٨٦٤) أن انشاء حساب صورى للفئات Formal calculus of classes قد يكون سهلا اذا استفدنا من تطبيق خصائص الجبر على المنطق وعلى القضايا والفئات ٠ وأصدر بول سنة ١٨٤٧ كتابه المشـهور عن التحليل الرياضى للمنطق ليكون محاولة لخلق الجبر المنطقى أو المنطق الجبرى وليصبح نسـقا كامل الصورة لمنطقه الجبر ٠

٣ ـ ولكى ندرك تفصيل **مشكلة التحليل الرياضى للمنطق** نجد أنفسنا مساقين الى الرجوع قليلا الى أرسطو والى حساب الفئات المبنى على القياس الارسـطى حتى ندرك خط السير الاساسى فى موقف بول ٠ فنظرية القياس الارسطى تضم كل المنطق الاستدلالى الموجود فى كتب المنطق التقليدى ٠ ويمكن ربط نظرية القياس الارسـطى بفرع هام جـدا فى المنطق الحديث وهو جبر الفئات Algebra of Classes ومن الميسور الاطلاع على ترجمة كتاب نظرية القياس الارسطية من وجهة نظر المنطق الصـورى الحديث الذى ألفـه لوكازيفتش وقام

بتعريبه الدكتور عبد الحميد صبره ونشرته منشأة المعـارف بالاسكندرية سنة ١٩٦١ ٠

وقد أظهر الدكتور عبد الحميد صبره كيف يكون المنطق الجديد امتدادا للمنطق الارسطى التقليدى فى مقدمته للكتاب المترجم فقال «يخطىء من يظن أن نظرية القياس الأرسـطية قد انتفت بظهور المنطق الرياضى الحديث ٠ والذين يعارضون بين منطق أرسطو والمنطق الرياضى انما يسيئون فهم العلاقة بينهما ٠ فالمنطق الرياضى ليس جنسا آخر من المنطق يباين المنطق الأرسطى ، وانما هو منطق صورى فى ثوب جديد ٠ وقد كان أرسطو أول من وضع أسس المنطق الصـورى حينما صاغ فى القرن الرابع قبل الميلاد نظريته فى القياس» (١) ٠

ولنشر الى لفظة القياس بما تسميه الكتب التقليدية باسم القياس الحملى مثال ذلك :

كل المصريين آكلو بقول

بعض المصريين فقراء

اذن بعض الفقراء آكلو بقول ٠

مثال آخر :

ليست الأعمال الظالمة مقبولة سياسيا

بعض الاجراءات الاستثنائية أعمال ظالمة

اذن بعض الاجراءات الاستثنائية غير مقبولة سـياسيا

فهذه الأمثلة تضم ثلاث قضايا ، مقدمتين ونتيجة مقررة

(١) دكتور عبد الحميد صبرة : نظرية القياس الارسطية ص ٧ ٠

كنتيجة منطقية مترتبة على الوصل بين المقدمتين · فاذا جعلنا المقدمتين ب١ ، ب٢ كانت النتيجة جـ وصـــار شكل القياس كالآتى :

$$(ب_1 . ب_2) > ج .$$

ولكن هذه الطريقة فى الرمز لاتجعـل النقطة المنطقية واضحة · فهذه القضية الأخـيرة ليست صـادقة منطقيا لان صدق المثلين السابقين مبنى على علاقات معينة بين الفئات · وقد أشير اليها فى المقدمات وهى عـلاقات لا وجـود لها فى القضية الاخيرة وليست بارزة بشكل أو بآخر · فالمثال الثانى يحتوى على فئات هى «الأعمال الظالمة» ـ «الأعمـال المقبولة سياسيا» ـ «الاجراءات الاستثنائية» ·

ويلاحظ أن القيـاس التقليدى أعطى أسـماء محـددة للفئات · فالحـد المتكرر مرتين فى المقـدمتين يدعى الحـــد الأوسط · والحدان الموجودان كموضوع ومحمول فى النتيجة يسميان الحد الأصغر والحد الأكبر · وبالتالى ففى المثال الأول الحد الأوسط هو المصريون فى حين أن الحدين الأصغر والأكبر هما «فقراء» و «آكلو بقول» على التوالى ووفقا لهذه المسميات تعرف المقدمة التى تحتوى على الحـد الأصغر باسم المقـدمة الصغرى فى حين تعرف المقدمة التى تحتوى على الحد الأكبر باسم المقـدمة الكبرى · ومن المتفق عليه أن وضع المقـدمة الكبرى قبل الصغرى افساد للقياس وان لم يكن لذلك علاقة بصدقه ·

والقضايا المستخدمة فى القياس الأرسـطى مرتبة فى أربعة أنواع مختلفة ·

فهناك القضايا الشبيهة بالمقـدمات الكبرى فى المثـالين السابقين التى تروى شيئا بالايجاب أو بالسلب عن كل موضوع الفئة وهى التى يطلق عليها اسم القضايا الكلية · وهنـاك القضايا الشبيهة بالمقـدمات الصـغرى والنتائج فى المثالين السابقين والتى تعطى أحكاما تقريرية عن جـانب فقط أو جزء فقط من موضـوع الفئـة وهى التى يطلق عليها اسـم القضايا الجزئية · وهناك القضـايا التى يمكن تصـنيفها كقضايا موجبة أو سـالبة وفقا لتأكيـدها أو لنفيها لمحمول الموضوع ·· فمثلا المقدمة الكبرى فى المثال الثانى ونتيجته عبارة عن قضايا سالبة فى حين أن القضية الصغرى موجبة · وبالتالى نجد لدينا أربعة أنماط من القضايا (أربعة فقط) تؤلف الوحدات الأساسية للمنطق التقليدى وقد اعتاد المناطقة تمييزها للتيسير بالحروف المجاورة :

| | | |
|---|---|---|
| الكلية الموجبة ك م | وتعرف | A |
| الكلية السالبة ك س | وتعرف | E |
| الجزئية الموجبة جـ م | وتعرف | I |
| الجزئية السالبة جـ س | وتعرف | O |

ويقال عن الحد انه مستغرق فى القياس الأرسـطى اذا أشارت القضية التى يقع فيها الحد الى كل الفئة المذكورة فى الحد · أو بعبارة أخرى يقال عن موضوع القضية أو محمولها انه مستغرق اذا وقعت القضية على كل أفراد ذلك الموضوع أو ذلك المحمول أى بكل ماصدقاته والا فالحد غير مستغرق ·

والماصدق هو الفرد التى ينطبق عليها المفهوم مثل لفظ

مصرى ما صدقه الاربعون مليونا من المصريين أما المفهوم فهو مايخلقه الحد من المعانى فى الذهن أو الصــفات الجــوهرية الأساسية مثــل انســان ومفهومه كائن حى حســاس مفكر ٠ والعلاقة بين المفهوم والماصدق عكسية وكلما زاد المفهوم قل الماصدق والعكس صحيح ٠

وكل الاسماء العامة والفئات ذات مفهوم وما صدق مثل الانسان ــ الفرس ــ الكلب ــ الشجرة ٠٠ الخ ٠٠ والماصدق denotation هو كل الاشياء الفعلية التى ينطبق عليها الحد٠ والفئة الخاصة مثل تلك الأشياء تؤلف ماصدقها extension فمثلا لفظ كلب يعين كل أعضاء الفئة الذين يدخلون تحت الحد مثل بيجو ولولو ــ ونابليون ، وكل هذه الأشياء تؤلف ماصدق الكلب ٠

ومفهوم حد من الحدود هو مجموعة الخصائص والصفات المميزة (الكيفيات) المشتركة بين أعضــاء الفئــة والتى من شأنها أن توفر لنا معيارا للحكم عن صحة استعمال هذا الحد أو ذاك ٠ ومثل هذه الخصائص والميزات هى المعنى المقصود بالحد ٠ فمثلا مفهوم الكلب **حيوان أليف وفى ثديى من عائلة آكلة اللحوم** وأى شىء يوجد له هذه الخصائص هو كلب ٠

والاستغراق distribution هو المدى الذى يبلغه ماصدق حد من الحدود ٠ ويقال الحد مستغرق اذا أشار الى كل أعضاء الفئة عندما تضم أوسع مدى ممكن من الماصدق ٠ مثال :

ــ كل مصرى افريقى

٠٠ الحد (مصرى) مستغرق لأن منطوق القضية وقع على كل فرد من أفراد المصريين ٠

ـ بعض المصريين مسيحيون

الحد (المصريين) غير مستغرق لان منطوق القضية لم يقع على كل المصريين بل وقع على بعض أفراد المصريين ·

وتأمل الأمثلة التالية :

( أ ) لا قاطع طريق يحترم حقوق الملكية ك س E

(ب) بعض كواكب السينما فاتنات جـ م I

(جـ) بعض الثعابين غير سام جـ س O

فمن الواضح أن القضايا الكلية ك م ، ك س يستغرقان حدود موضوعهما · فاذا قلت (كل الرياضيين نشيطون) كان معنى ذلك أننى أخص بالهوية بين كل عضو من أعضاء فئة الرياضيين وبعض أعضاء فئة الاشخاص النشيطين · واذا قلت ـ لاقاطع طريق يحترم حقوق الملكية ·

كان معنى ذلك أننى استبعد كل قاطع طريق من فئة محترمى حقوق الملكية ومن ناحية أخرى ، كل القضايا الجزئية (جـ ٢ ، حـ س) حدود موضوعاتها غير مستغرقة وذلك واضح لأن هذه القضايا ذات صورة ·

ـ بعض س هو ص

أو ـ بعض س هو لا ـ ص

وهى لاتشير الى كل أعضاء الفئة س ·

وكل القضايا السالبة الكلية والجزئية تستغرق حدود محمولاتها · وعندما نؤكد أن :

ـ لا قاطع طريق يحترم حقوق الملكية ٠

فاننا لانستبعد فقط كل قاطعي الطرق من الفئة الخاصة بأولئك الذين يحترمون حقوق الملكية وانما نستبعد أيضا كل محترمى حقوق الملكية من فئة قاطعى الطريق ٠ وبالمثل عند تأكيد :

ـ بعض الثعابين غير سام

فاننا على الرغم من تقرير منطوق القضية عن جزء فقط من الفئة الخاصة بالثعابين فاننا نستبعد هذه الفئة من كل فئة المحمول «الأشياء السامة» ٠

ويمكن تلخيص الموقف بأن نقول ان كل القضايا الكلية تستغرق حدود موضـوعاتها كما أن كل القضـايا السالبة تستغرق حدود محمولاتها ٠ وعلى ذلك يكون :

ـ ك م تستغرق الموضوع فقط ٠

ـ جـ م لا تستغرق الموضوع ولا تستغرق المحمول ٠

ـ ك س تستغرق كلا من الموضوع والمحمول ٠

ـ جـ س تستغرق المحمول وحده ٠

ومن هـذا ننتقل الى القـواعد التى تتحكم فى صـدق القياس :

أولا : ينبغي أن يكون الحد الأوسط مستغرقا مـرة على الأقل ٠

ثانيا : لايكون أى حد مستغرقا فى النتيجة وغير مستغرق فى المقدمتين ٠

ثالثا : لايمكن استخلاص أية نتيجة ٠

رابعا ــ ( أ ) اذا كانت احدى المقدمتين سالبة كانت النتيجة سالبة بالضرورة ٠

(ب) اذا كانت النتيجة سالبة كانت احدى المقدمتين بالضرورة سالبة ٠

وتسمى هذه القواعد ببديهيات القياس المنطقى ويمكن استخراج عدد من التفريعات منها ٠ فمثلا يقال (لايمكن استخلاص نتيجة من جزئيتين) ٠

والآن نسأل أنفسنا : كم عدد أنماط القياس الصحيحة ؟

ونجيب أن عدد امكانيات هذه الأنماط غير محدود ٠ ففى كل قياس أربعة أنماط مختلفة من القضايا يمكن توفيرها كمقدمات كبرى وهى (كم ــ جم ــ كس ــ جس) وبالمثل توجد أربع امكانيات مختلفة للمقدمة الصغرى ونفس العدد للنتيجة فاذا نظرنا فقط الى أنماط القضايا الموجودة كان عندنا (٤×٤×٤) أى ٦٤ نوع ممكن من أنواع القياس ٠ وهذه كلها يطلق عليها اسم ضروب القياس

وعلينا أن نراعى الطريقة التى ننسق بها وضع وترتيب الحد الأكبر والأصغر والأوسط فهناك أربع طرق لترتيبها بالحرف (ص) والى الحد الاصغر بالحرف (ك) توفر لدينا مايلى :

| (١) | (٢) | (٣) | (٤) | |
|---|---|---|---|---|
| ص ــ و | ص ــ و | و ــ ص | و ــ ص | صغرى |
| و ــ ك | ك ــ و | و ــ ك | ك ــ و | كبرى |
| ص ــ ك | ص ــ ك | ص ــ ك | ص ــ ك | نتيجة |

ومن الواضح أنه يمكن التعبير عن كل واحد من الأربعة والستين نوعا من أنواع القياس في واحد من الأنماط المختلفة الممكنـة بحيث تصبح عنـدنا ٢٥٦ نمطا · ولكن لحسن الحظ أننا اذا طبقنا قواعد القياس على كل تلك الانمـاط الممكنة وجـدنا أن ١٩ فقط من بينها تكون صـادقة · والانماط الصادقة من بينها هى :

من الشكل الأول

| | |
|---|---|
| كم كم كم (بربارا) | Barbara |
| كس كم كس (كلارنت) | Claretn |
| كم جم كم (داريى) | Darii |
| كس جم جس (فيريو) | Ferio |

من الشكل الثانى

| | |
|---|---|
| كس كم كس (سيزار) | Cesare |
| كم كس كس (كاميستريس) | Camestres |
| كس جم جس (فيستينو) | Festino |
| كم جس جس (باروكو) | Baroco |

من الشكل الثالث

| | |
|---|---|
| كم كم كس (دارابتى) | Darapti |
| جمكمجم (ديساميس) | Disamis |
| كم جس جس (داتيزى) | Datisi |
| كس كم جس (فيلابتون) | Feiapton |
| جس كم جس (بوكادو) | Bocardo |

كس جم جس (فيريسون) Ferison

من الشكل الرابع

كم كم جس (برامانتيب) Bramantip

كم كس كس (كامينيس) Camenes

حس كم حس (ديماريس) Dimaris

كس كم حس (فيسابو) Fesapo

كس جم حس (فريسيسون) Ferisison

وكانت هذه العمليات شائعة خلال العصور الوسطى وأعطيت لها هذه الأسماء اللاتينية فى أشعار لحفظها واستذكارها ·

٤ ــ وكما شهدنا الآن يعنى القياس أساسا بفئات الأشياء ويمكن ملاحظة ذلك بوضوح فى المثال الأول الذى ضربناه وهو :

كل المصريين آكلو بقول

بعض المصريين فقراء

اذن بعض الفقراء آكلو بقول

فالقياس هنا يتعلق بفئات «المصريين» ، «آكلو البقول» و «فقراء» · وفكرة الفئة من الأفكار الأساسية فى المنطق وواضحة للجميع من الاستعمال العادى · فهى أى عدد من الأشياء أو أى مجموعة أو جملة أشياء أعضاؤها يملكون خاصية مشتركة · وهذه الخاصية هى الخاصة المميزة للفئة defining Property ·

وهذا المفهوم العادى للفئة قائم على العلامات المميزة وهو المعمول به فى المنطق التقليدى فى حين أن المنطق الرمـزى الجديد استخرج مفهوما مختلفا للفئة ونظر الى الفئة من حيث ماصدقها أى من ناحية أعضاء الفئة (١) أما هنا فنحن لانزال نستخدم الفئة من حيث مفهومها أى من حيث الخاصية المشتركة بين أعضاء الفئة جميعا ولا تفوتنا الفوارق الظاهرة بين هذين المفهومين : المفهـوم الذى ينظر من حيث الماصـدق الى الفئة والمفهوم الذى ينظر الى الفئة من حيث مفهومها أى من حيث الخاصية التى بوجـودها فى عضو ما يكون عضـوا فى فئـة محددة • ولكن النظرتين صحيحتان وكل منهما تستخدم حسب السياق المناسب لها • ولما كنا هنـا لانزال بصـدد المفهـوم التقليدى للفئة ينبغى أن نحافظ على وجهـة النظر من حيث المفهوم فى نظرتنا الى الفئة •

وعندما نستخدم وجهة النظر السائدة والعامة والتقليدية فى استعمالنا للفئة سـنجد أنه من الممكن مطها قليلا • ففى اللغة العادية الفئة هى مجموعة أو حزمة أو طائفة من الأشياء ذات الخاصية المعينة المشتركة • ولذلك فلن يكون مناسبا من وجهة النظر هـذه بالذات (وليس من وجهـة النظر الخاصة بالماصدق فى تحديد الفئة) آن توجد فئة ذات عضو واحد فقط كما لايمكن اطلاقا وجود فئة فارغة وخالية من أى أعضاء على الاطلاق • ولكن محـاولتنا لمط مفهوم الفئة (أو مايسـمى بالفصل أحيانا) تستدعى منا الكلام فى بعض الاستعمالات عن الفئة الفارغة والفئة ذات العضو الواحد •

---

١ ــ راجع الفقرة ٤ فى الفصل السادس من كتاب مقدمة فى المنطق الرمزى تأليف بيسون وأوكونر وترجمة الدكتور عبد الفتاح الديدى طبعة دار المعارف القاهرة سنة ١٩٧١ •

ونلاحظ أن البعض وخاصة فى الرياضيات يستخدمون وهم محقون لفظة فصل عند ترجمة فئة class وهى موجودة بهذا الاسم فى التحليلات الرياضية وفى الكلام عن التصنيف فى عمليات التعريف وتحديد معانى الألفاظ واذا راجعت كتاب برتراند رسل عن مقدمة للفلسفة الرياضية ترجمة الدكتور محمد مرسى أحمد ومراجعة الدكتور الاهوانى ستجد فى الباب الثانى عشر نفس الاستعمال للفظة الفصل فى ترجمتها ٠

وتتبع عملية التصنيف بابا من أبواب نظريات العلوم ومناهج البحث مما لا مجال لذكره هنا تفصيلا ٠ غير أننا نشير اليها عابرين للكلام عن الفئة واستخدامها باسم «الفصل» فى التقسيم المنطقى أو مايسمى عادة بالقسمة المنطقية Dichotomr والجنس Genus الذى تبدأ به القسمة عادة يعرف بأنه الجنس الأرفع summum genus كما تعرف الأنواع species التى تنتهى بها القسمة المنطقية عادة باسم الانواع السفلى ٠

وبالقسمة المنطقية نحصل على نصفين يستنفدان القسمة فى فئتين يستبعد كل منهما الآخر ويصبح كل شىء «أ» أو « لا ـ أ» ـ وتستمر القسمة الى نصفين فى كل عضو كامل من القسمين الناتجين حتى نصل الى الانواع السفلى ٠ وهذه القسمة المنطقية تتمثل خصوصا فى شجرة فورفوريوس ويمكن مراجعتها فى ترجمة الدكتور الاهوانى لايساغوجى ونكتفى هنا بالاشارة الى أنها تبدأ بالجنس ثم بالنوع ثم بالفصل ثم بالخاصة ثم بالعرض العام حتى يمكن اعطاء أدق تعريف فى مواصفات الكائن ٠ فمثلا الانسان فان وعاقل وحساس وحى وعضوى ٠ وعند حدوث القسمة المنطقية نظهر نقيض هذه

الصفات وهى تشير الى فئات فارغة كما قلنا ٠ فمثلا نقول : الانسان فان نقيضها فئة غير الفانين وهى فئة فارغة لانه ليس بها أعضاء ٠ وكذلك الانسان جسمي ونقيضها فئة غير الجسمى وهى كذلك فئة فارغة لاتضم أى أعضاء ٠

والفئة تذكرنا بمثل «فئة ملوك بريطانيا الذين لهم ست زوجات» وهذه الفئة تحتوى على عضو واحد فقط هو هنرى الثامن ٠ وتحتوى فئة «ملوك انجلترا الذين أعدموا» عضوا واحدا هو الملك شارل الاول ٠ ويهمنا أن نلاحظ أننا لانستطيع أن نتصرف فى هذه الفئات التى تسمى بفئات الوحدات unit-classes وأن نفرض الهوية بين الفئة من هذا القبيل وعضوها الوحيد لانه لا هوية بينهما ٠ مثال ذلك قولنا «هنرى الثامن مات سنة ١٥٤٧ «فهذه قضية صادقة ولكن القضية من المعنى ٠

والى جانب هذه الفئة ذات العضو الواحد توجد فئة تسمى بالفئة الفارغة empty class أو null class وهى الفئة التى التقريرية «فئة ملوك انجلترا الذين تزوجوا ست زوجات ماتت سنة ١٥٤٧» ليست قضية صادقة أو كاذبة لانها خالية ليس فيها أى أعضاء على الاطلاق ٠ ويمكن القول أن العبارات الوصفية التالية قد تصف خصائص الفئة الفارغة عندما لاتصف شيئا على الاطلاق مثل «العدد الزوجى أكبر من الاثنين» أو «الوجود فى مربع دائرى» أو الوجود فى شكل حيوان بحرى نصف انسان ونصف سمكة «أو» أن يكون ملكا على ألمانيا سنة ١٩٥٠ «وهذه أمثلة يمكن سرد الكثير منها الى ما لا نهاية ٠ ولكن يلاحظ أنه على الرغم من امكان عثورنا على عدد لا نهائى من الخصائص التى تميز الفئة الفارغة فنحن

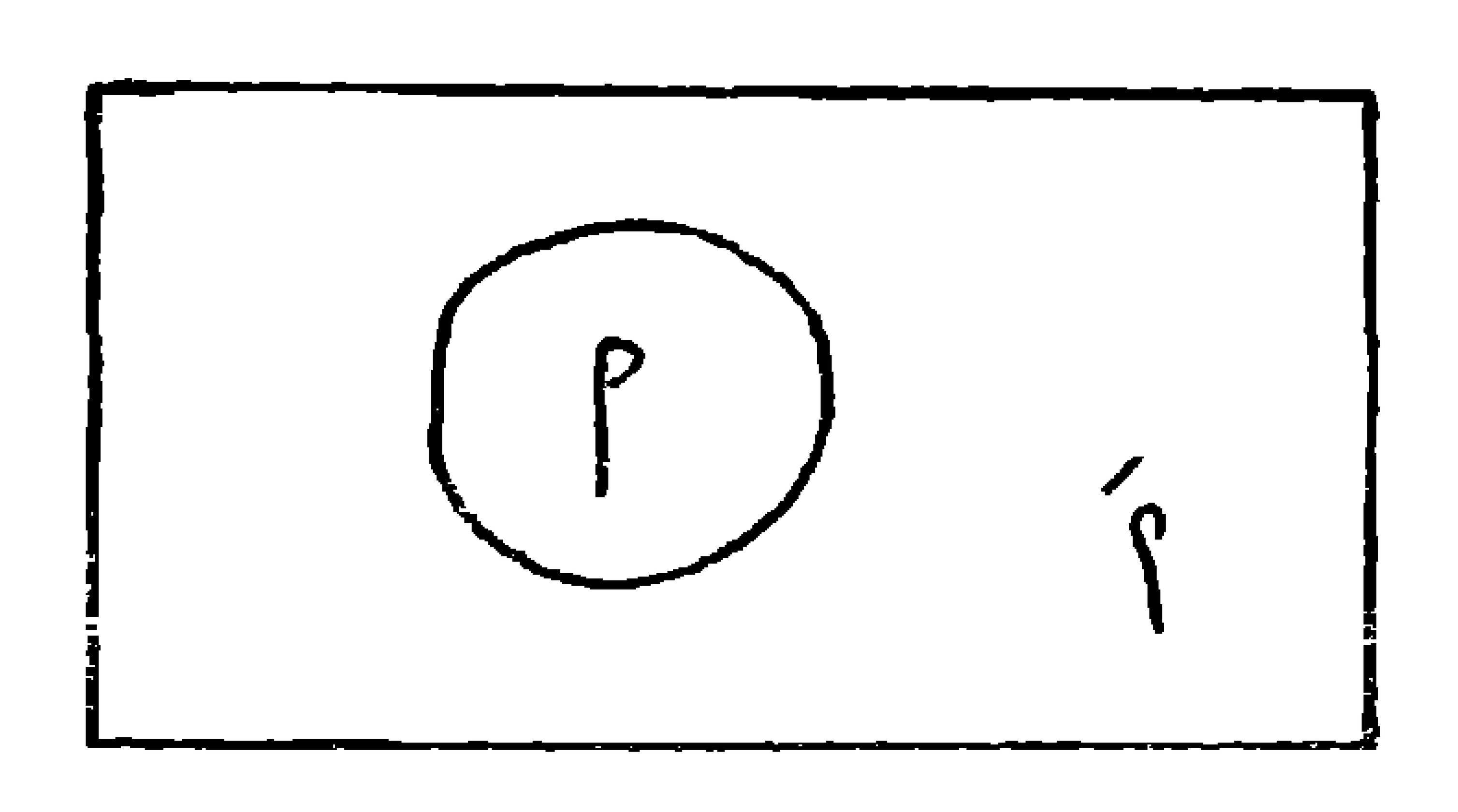
لانقرر وجـود فئة فارغة منفصلة تتعادل مع كل خاصية من هـذه الخصائص • ولا نستطيع أن نفترض مثـلا وجود فئة فارغة من الحيوان البحرى نصف انسان ونصف سمكة لانها قد تؤدى الى تعقيدات لا حصر لها ولا طائل من ورائها • ولكن يمكن القول بوجود فئة فارغة واحدة ويمكن البرهنة على أنه لاينشأ خطأ منطقى ما من افتراض وجود فئة واحدة من هـذا النوع • وقد يبدو افتراض وجودها على هـذا النحو غير ذى أهمية ولكنه سيكون مفيدا كما نرى كلما تقدمنا فى حساب الفئات •

٥ ــ ودعنا نسمى الفئة المناقضة أى «خلف خلاف» بالفئة المكملة complementary بعد حدوث القسمة المنطقية • أى أن كل قسمة تخلف لنا فئتين : فئة تحتوى على أعضاء وفئة مكملة أخرى لاتضم أى عضو من الفئة الأولى • فمثلا اذا استخدمنا أ ، ب ، جـ للاشارة الى الفئات وافترضنا أن الفئة أ هى فئة الكلاب ، فمثل هذه الفئة تقابلها خلافا فئة اضافية هى فئة كل ماليس بكلب ويرمز الى هـذه الفئة الجديدة بالرمـز أ والماصدق الخاص بالرمز أ هنا هو كل الأشـياء التى ليست كلابا • والآن ينشأ عندنا سؤال واضح : ولكن ماذا يدخل فى فئة أ ؟ كل شىء طبعا مثل القطط والاسماك وأوعية الالبان والاعداد العظمى والاسطول اليابانى والمعادلات الرباعية فهى جميعا داخلة فى الفئة أ كما يدخل فيها أى شىء فى الوجود سوى الكلاب • ولاشك أن مشاكل خطيرة تهدد المنطق بالسماح بعضوية مثل هذه الفئات • ولهذا أوجد المناطقة مايسمونه بعالم المقال universe of discourse وقد أدخل هذا التصور «عالم المقال» فى المنطق دى مورجان de Morgan (١٨٠٦ ـ ١٨٧١) •

ودى مورجان يشرح معنى عالم المقال على النحو التالى فيقرر فى كتابه عن المنطق الصورى مايلى :

« دعنا نأخذ نقيضين مثل انسان ولا انســان · فسنجد فيما بينهما أنهما يمثلان كل ماهو حقيقى وخيالى فى الكون· ولكن النقيضين فى اللغة العادية يضمان عادة جانبا من فكرة عامة ولا يضمان كل ماهو داخل اطار الكون · وفيما يتعلق بالانسان المصرى وغير المصرى نقيضان فكل انسان يجب أن يكون أحــد اثنين مصريا أو غــير مصرى ولايمكن أن يكون كليهما معا · ويمكن أن تنشأ هوية بين لا ـ مصرى وأجنبى وكذلك بين لا ـ أجنبى ومصرى · ويقال نفس الشىء عن العدد الصحيح والعدد الكسرى فى مجال العدد كما يمكن أن يقال نفس الشىء عن الذكر والانثى فى الحيوانات وهكذا · ولكى نصل الى التعبير عن ذلك الوضع يمكننا أن نخص الفكرة الكلية التى تكون موضعاعتبار باسم «العالم» أى الفكرة الكلية أو الكل الذى ننظر فى وقت معين فى أجزائه · ولنطلق على الأسماء التى لايوجد بينها أى شىء مشترك ولكنها تحتوى فيما بينها على الكل الشامل موضع الاعتبار بهــذا الصدد أو ذاك اسم نقائض فى علاقة بهذا «العالم» المعين بالذات · فاذا كان عالم المقال هو النوع البشرى كان مصرى وأجنبى نقيضين كما هو الحال فى : عسكرى ومدنى وذكر وأنثى ··· الخ ··· فاذا كان عالم المقال هو الحيــوان كان انســان وغير العــاقل نقيضين وهكذا ···» ·

فعندنا اذن فئتان أ ، أَ اللذان يضمان فيما بينهما الكل الشامل فى عالم المقال • ويمكن تمثيل هذا العالم ومايتألف منه على النحو التالى :




فتكون فئة الحيوان ــ اذا أخذنا هذه الفكرة كعالم للمقال ــ قابلة للانقسام الى قسمين متباعدين بالتبادل فيما بينهما ويشتملان جماعيا على فئات مستنفدة من الكلاب وغير الكلاب •

٦ ــ ومن الحقائق الاساسية بشأن الفئات انها تحتوى كلها على أفراد باستثناء الفئة الفارغة • فهناك علاقات فئات أساسية وجوهرية بالضرورة ويرمز عادة الى العلاقة بين عضو الفئة التى هو عضو فيها بالحرف اليونانى مقلوبا ∍ وعلى ذلك فالقضايا :

( أ ) سقراط حكيم •

(ب) بيجو كلب •

(جـ) نابليون ميت •

يمكن الرمز اليها لا باستخدام الرموز فى حساب المحمول مثل :

د ــ ف س

على أساس أن ف متغيرة تشير الى الفئة ، وانما يمكن الاشارة اليها على النحو التالى :

م ــ س 3 أ

على أساس أن س متغيرة تشير الى فرد و أ هى متغيرة فئة ٠ وعلى ذلك يجرى استخدام 3 ليكون ثابتة لتمثيل علاقة الارتباط بالفئة ٠

وهناك علاقة أساسية أخرى هى علاقة الاحتواء أو الضم الفئوى inclusion فمثلا :

ن ــ سقراط فان

يمكن تمييزها بشكل حاسم بفضل صورتها المنطقية من القضية :

هـ ــ كل الناس فانون ٠

ذلك أن القضية (ن) السابقة تقرر أن فردا معينا عضو فى فئة معينة محتواه فى فئة أخرى ٠ فالقضية (ن) قد استعملت الرموز على طريقة القضية (م) ٠ ولكن اذا شئنا وضع (هـ) فى صورة رمزية كان علينا أن نلجأ الى ثابتة منطقية أخرى ونعيد كتابة (هـ) على النحو التالى :

و ــ ا > ب

ويمكن تصوير الاختلاف الاصلى بين العلاقات المرموز اليها بالرموز ∍ ، على النحو الآتى :

تعنى علاقة متعدية (١) Transtive فى حين أن ∍

---

١ ــ أنظر كتاب المنطق الوضعى ص ٨٨ للدكتور زكى نجيب محمود، فهذه العلاقة لابد لها من زوجين من الأطراف على الأقل بحيث يكون هنالك طرف مشترك من الزوجين ٠

غير متعدية · والعلاقة المتعدية هى العلاقة (ع) التى اذا كان س له (ع) مع ص وكان ص ذا (ع) بالنسبة الى ط كان س ذا (ع) مع ط · والعلاقة (أكبر من) مثال من أمثلة علاقة التعدى · وعلاقة (أكبر من) يشار اليها فى الجبر بالشكل > وعلى ذلك اذا كان

س > ص ، ص > ط ∴ س > ط

ومن الضرورى أن نشير الى أن العلامة > تستعمل فى هذا الكتاب كدالة استلزام وهذا استخدام قديم لدالة الاستلزام الحالية ⊂ التى جرى استعمالها فى كتاب مقدمة للمنطق الرمزى (طبع المعارف) ·

أما علاقة الاحتواء inclusion فهى نمط آخر مختلف · فيقال :

اذا كان أ > ب ، ب > جـ
∴ أ > جـ .

ونلاحظ رمز الاحتواء ليأتى بحيث تكون الأولى أ تحتويها ب وهكذا ··· كما أن علاقة «عضوية الفئة» ليست علاقة متعدية · فاذا كان حسن من مصر ، وكانت مصر عضوا فى منظمة الامم المتحدة ··· فلايتبع ذلك أن حسن عضو فى منظمة الامم المتحدة لأن الدول وحدها أعضاء فى منظمة الامم المتحدة وليس الأفراد ·

٧ ـ ونتكلم الآن عن نقطة أخرى لاتقل أهمية عن السابقة وهى مجموع الفئة Sum وناتج الفئة Class product فلنفرض أننا أخذنا فئة الكائنات البشرية كعالم مقال واخترنا فئتين داخليتين فى الفئة الكبيرة : فئة الناس ذوى العيون

الزرقاء وفئة الناس ذوى الشـعر الفاحم ·· سيكون عنـدنا عالم مقال وبداخله ٤ فئات فقط يسـتبعد أحـدهما الآخر ويستنفد مجموعها عالم المقال شاملا · وهذه الفئات هى :

١ ـ الناس ذوو العيون الزرق من ذوى الشعر الفاحم ·

٢ ـ النـاس ذوو العيـون الزرق من غير ذوى الشـعر الفاحم ·

٣ ـ الناس ذوو الشـعر الفـاحم من غـير ذوى العيون الزرقاء ·

٤ ـ الناس من غير ذوى الشعر الفاحم والعيون الزرقاء

فاذا اخترنا (أ) للاشخاص ذوى العيون الزرق واخترنا (ب) للاشـخاص من ذوى الشـعر الفاحم توفر لدينـا أربع قضايا :

١ ـ أ ب

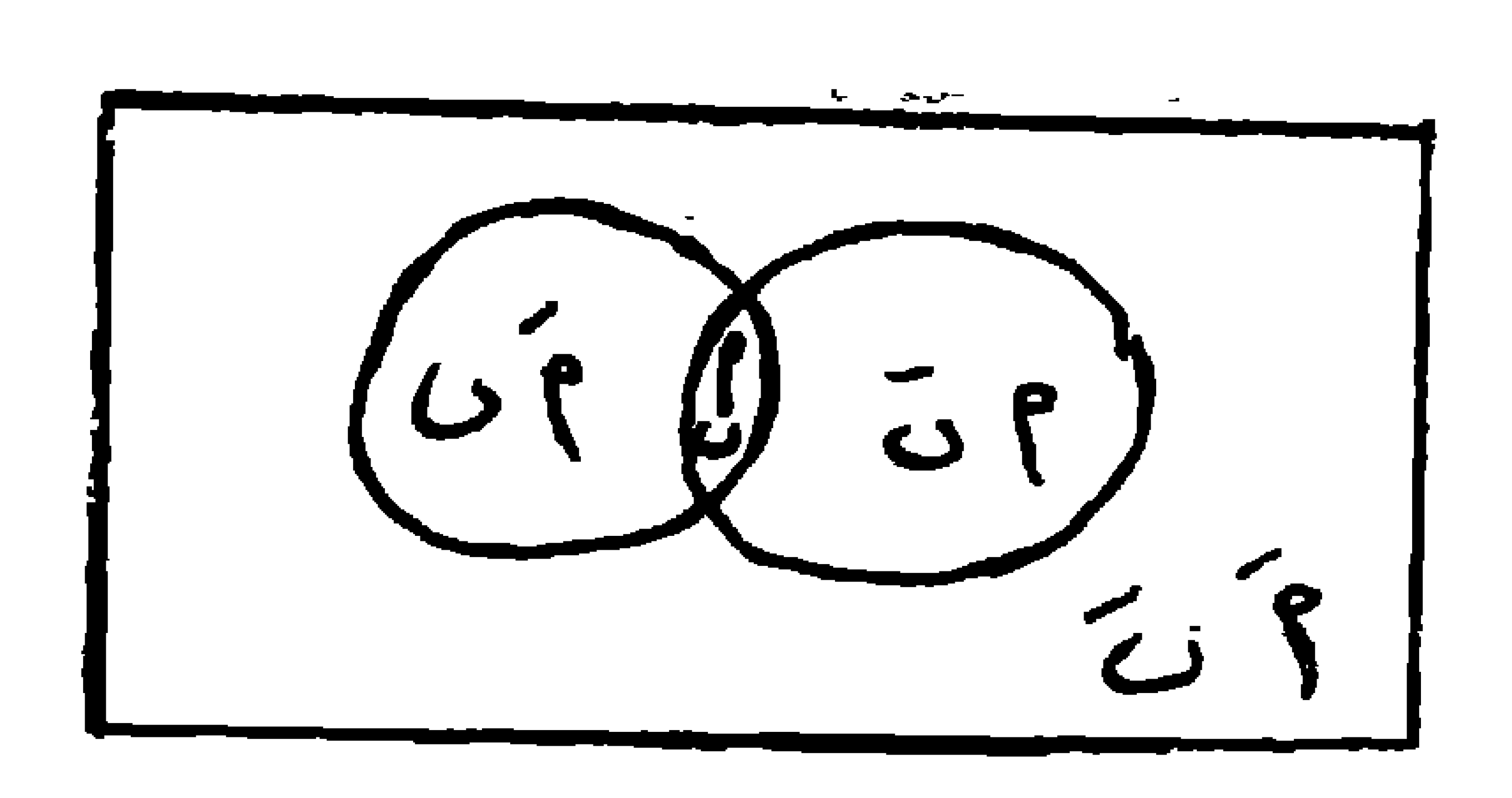
٢ ـ أ بَ

٣ ـ أ بَ

٤ ـ أَ بَ

ويمكن أن نستعير الشكل الذى اقترحه فين Venn (١٨٣٤ ـ ١٩٢٣) ـ للتعبير عن الوضع :

ففى هــذا الشكل يمثل الحيز بين الدائرتين أ ، ب فئــة الناس من ذوى العيون الزرق والشــعر الفاحم فى آن معا • وهــذه الفئــة هى ناتج منطقى Logical product أو التقاطع intersection الموجود بين الفئتين • وهناك من ناحية أخرى الدائرتان كلاهما ويمثلان معا مجموع الدائرتين أو الاتحاد بين الفئتين ويؤلفان فئة ثالثة هى فئة الناس الذين اما عيونهم زرق أو شعرهم فاحم أو كلاهما •




والآن تتضح لنا الحاجة الى رموز محددة لحساب الفئات • وينبغى تحــديد التصورات الســارية فى حساب الفئات على النحو التالى :

| | |
|---|---|
| ١ ــ فئات | أ ، ب ، جـ |
| ٢ ــ فئات مكملة | أَ ، بَ ، حَ |
| ٣ ــ الفئة الفارغة | ٥ |
| ٤ ــ عالم المقال | ١ |
| ٥ ــ عضوية الفئة | ϶ |
| ٦ ــ الاحتواء الفئوى | < |
| ٧ ــ الناتج المنطقى للفئتين | أ ب |
| ٨ ــ المجموع المنطقى للفئتين | أ + ب |

وسنرى أنه بالامكان ادماج فئتين أو اكثر من أجل تكوين فئة أخرى ثالثة عن طريق ثوابت منطقية مناسبة تماما كما يمكن فى الحساب القضوى propositional Calculus دمج قضيتين أكثر فى قضية ثالثة ·

وعلى ذلك فالمثال

٩ — أ بَ

يشير الى فئة الناس الذين اما أن يكونوا فاحمى الشعر وغير ذوى عيون زرقاء معا أو غير فاحمى الشعر · ونلاحظ أننا غيرنا هنا بعض الشىء فى الرموز تخفيفا وللاءمة الكلام مع الفكر المعاصر فى حين آن رقم ٣ السابق عند بول هو Z كما أن بول يشير الى عالم المقال بأنه الفئة u من كلمة universal class فالفئة Z حسب تعريف بول هى الفئة غير ذات الاعضاء والفئة u هى الفئة الكلية التى تحتوى كل الأشياء فى كل الفئات موضوع الاهتمام ·

**جبر الفئات عند بول :**

١ ـ قلنا فى الفصل السابق أن بول ألف كتابا عن حساب الفئات من أجل استغلال الافكار الرياضية القوية المحددة فى مجالات المنطق وكان يظن أن المنطق سيتحول الى رياضيات أو على الأقل تحديد حساب الفئات بهذه الصورة يخلق علما رياضيا جديداً ·

ونلاحظ أن بول استفاد من مفهوم القياس الأرسطى كما استفاد من مفهوم قوانين المنطق · واستغل الناحيتين أدق استغلال ـ ناحية الفئات وناحية قوانين المنطق من أجل بناء قواعد الجبر الرياضى وطرق الاستدلال الجديدة ، ونحن ننبه

هنا مرة أخرى فى أن هذا العرض لنظرية الجبر الرياضى عند بول يفيد أولا فى التعريف باحدى الخطوات الهـامة التى مر بها المنطق فى أواخر القرن الماضى وأوائل هذا القرن الى حد الثلاثينات تقريبا كما يفيد ثانيا فى التعريف ببعض دواعى الفشل عند عدد من أصحاب الاتجاهات المعاصرة اذا حاولوا اعادة تأسيس المنطق الرمزى الجـديد بنفس ذلك المفهوم • فمنطق بول من هـذه الناحية خطوة نحـو التمهيد للافـكار المنطقية الجديدة ولكنه لايغنى اليوم فى الاستقرار والفاعلية لأن هذا الموقف نعده اليوم خاطئا لانه انتقل بالمنطق الى مجال الرياضيات وهو مانتحاشاه وجعل المنطق يتأرجح مع مفهومات بعيدة عن جوهر كيانه ومفهومه • أعنى أننـا ندرس منطق بول باهتمام للوقوف على أطراف ظاهرة هامة كان لها دورها الكبير فى اثراء المنطق الرمزى الجديد ولكنها كمرحلة لاتصلح بحال من الأحـوال للوقوف عنـدها والانتهاء اليهـا والعمل بالترميز الخاص بها (١) •

وسـنوضح ذلك الجبر الرياضى لأن أهميـة الاسـتدلال الرمزى الحالى تكمن فى أنه قادر على أن يسرى على أدق المسائل المتصلة بأسس الرياضيات بأكملها •

٢ ـ جورج بول كان أستاذا للرياضيات فى كوينز كوليج بكورك • وهو يؤلف التحليل الرياضى للمنطق سنة ١٨٤٧ وقوانين الفكر سنة ١٨٥٤ ، ويتألف جهده من عدد من المحاولات

---

١ ـ يشير أوكونروبيسون فى كتابهما الذى قمت بترجمته مقـدمة فى المنطق الرمزى ( ص ١٥٦ من الأصـــل الانجليزى فى ثبت المراجع بالملحق الملحق بالكتاب الى أن لغة الرموز عند بول صارت قديمة وغثة وأصبحت غير مستعملة • وهذا هو ما نحتاج دائما الى التنبيه اليه• وراجع كتابى النفسانية المنطقية عند جون استيوارت مل ص ١٦ ( هيئة الكتاب ) لاستكمال موضوع منطقة الرياضيات •

الجادة لاقامة نسق جبرى تشير فيه المتغيرات الى الفئات وعمليات الضرب والجمع التى تمثل مختلف الوسائل لادماج الفئات من أجل استخراج واستنباط فئات جديدة · وقد طبق بول الجبر على أفرع منطقية عديدة بما فى ذلك القياس التقليدى (١) ·

ويعتبر بول أحد القائمين باصلاح المنطق جنبا الى جنب مع السير وليام هاملتون ودى مورجان والاب طومسون ممن اتفقوا على ضرورة اجراء التعديلات والتغييرات فى أساس علم المنطق ذاته · وأطلق اسم كل المحمول أو سور المحمول على هذه الحركة لاصلاح المنطق · وسور المحمول معناه ضرورة تقرير ما اذا كان الموضوع أو بعضه فقط متفقا أو مختلفا مع المحمول (٢) ·

ففى مثل هذه القضية :

كل المعادن عناصر

نجد أن الموضوع مسبوق بسور يحدد الكم الخاص به ولكن المحمول غير مسبوق بسور · ونحن نعرف أن المعادن عناصر، ولكن القضية لاتحدد لنا بوضوح ما اذا كانت المعادن تؤلف مجموع العناصر المعروفة أم لا · أما فى القضية التالية :

كل المعادن هى بعض العناصر

فتعبر لنا بوضوح أن المعادن هى جانب فقط من العناصر أو هى جزء من العناصر ·

ويتمتع نسق بول الجبرى بالتصورات الأساسية التالية :

---

(١) راجع الفقرة الأولى من الفصل الأول من كتاب مقدمة فى المنطق الرمزى ، ترجمة عبد الفتاح الديدى ·

(٢) راجع الفصل الثانى والعشرين من كتاب دروس أولية فى المنطق تأليف جيفونز ·

١ ـ تصور الفئة ·

٢ ـ تصور الفئة المكملة أو نفى الفئة ·

٣ ـ تصور الفئة الفارغة الوحيدة ·

٤ ـ الناتج المنطقى للفئتين (١) ·

٥ ـ الهوية بين الفئات ·

ويرمز لهذا التصور الأخير بالعبارة أ = ب وتعنى هوية الفئتين أ ، ب أن كل عضو فى الفئة ب والعكس صحيح · وعلى ذلك يمكن تعريف التكافؤات التالية كما يلى :

( أ ) ١ تك ٥ تف · (تك اختصار تكافىء ، وتف اختصار تعريف) (وهذه تعنى أن عالم المقال هو المكمل للفئة الفارغة)

(ب) أ + ب تك ( أَ بَ ) · تف

(جـ) أ > ب تك أَ بَ = ٥ · تف

التكافؤ نشير اليه حاليا فى المنطق الرمزى الجديد بالثابت ≡ (انظر مقدمة فى المنطق الرمزى ص٦٥ ـ ٦٧)· ولا أريد هنا أن أخلط لغة بول باللغة المعاصرة ·

وتسرى القوانين التالية على كل الفئات فى النسق ·

١ ـ أولا أ أ = أ

ثانيا أ + أ = أ

٢ ـ أ > أ

٣ ـ اذا كان أ > ب . ب > أ ∴ أ = ب

---

١ ـ راجع الترميز الخاص بالتصورات الأساسية الأربع الأولى فى أخر الفقرة السابقة ·

٤ ـ اذا كان أ > ب ، ب > ج ∴ أ = ج

٥ ـ أولا أ ب = ب أ

ثانيا أ + ب = ب + م

وتلك هى قوانين التبادل commutative laws بالنسبة الى الجمع والضرب ٠

٦ ـ أولا أ (ب جـ) = (أ ب) حـ

ثانيا أ + (ب+حـ) = (أ + ب) + جـ

وتلك قوانين الترابط للضرب المنطقى والقسمة المنطقية (associative laws)

٧ ـ أولا أ ( ب + جـ ) =أب+ أ جـ

ثانيا أ + ب حـ = ( م + ب ) ( أ + جـ )

وهذه هى قوانين الاستغراق

٨ ـ ٥ > أ > ١

٩ ـ أولا ٥ أ = ٥

ثانيا ١ أ = أ

وتقرر أولا فى رقم (٩) الصدق الواضح فى أنه لايوجد أعضاء مشتركون فى أى فئة وفى الفئة الفارغة ٠ وثانيا فى رقم (٩) تقرر صدقا واضحا مماثلا فى أن الأعضاء المشتركين فى أية فئة وفى عالم المقال هم أعضاء فى الفئة الأولى ٠

١٠ ـ أولا ٥ + أ = أ

ثانيا ١ + أ = ١

١١ ــ أولا أ أَ = ٥

ثانيا أ + أَ = ١

فهذا القانون الأخير يقــرر أن أولا تقــول انه لايوجد أعضاء مشتركون فى احدى الفئات وفى مكملتها كما أن ثانيا تقول ان المجموع المنطقى لأية فئة ولمكملتها تستنفد كل عالم المقال ٠

١٢ ــ أولا ( أ ب )َ = أَ + بَ

ثانيا ( أ + ب )َ = أَ بَ

وتلك قوانين دى مورجان للازدواج ٠

١٣ ــ ( أَ )َ = أ

وهذا هو قانون نفى النفى أو التضمين involution وقد تقررت هذه القوانين بدون برهان وفى معظم الحــالات حقا ستبدو أشد وضوحا من أن تحتــاج الى برهان ٠ ولكنها تستطيع طبعا أن تعد اعدادا نسقيا كنسق من البديهات (١)٠

ولعله من الملاحظ أن عددا من هذه القوانين مشابه لبعض القوانين الخاصة بحساب القضايا فى المنطق الرمزى وخصوصا فى رقم ٥ ، ٦ ، ٧ ، ١٢ ، ١٣ ٠ والتماثل فى الحقيقة قريب لان حساب القضايا هو مجرد تفسير للجبر الرياضى عنــد بول ٠ وهذا هو مايدل على التأثير التاريخى لحركة الاصلاح فى القرن الماضى على المنطق الحالى ٠

---

١ ــ لترى نفس الطريقة التى اتبعها المنطق الرمزى ازاء حســاب القضايا وهى نفسها مطبقة هنا راجع الفصل الرابع من مقدمة فى المنطق الرمزى ٠

٣ ـ نلاحظ أن الجبر المنطقى الذى اكتشـفه بول كان مفيدا لحل المشاكل المتعلقة بعلاقات الفئات ذات القدر الكبير من التعقيد • وقد عاون هـذا الجبر على حل مشكلات منطق التنـاوب alternation والوصـل والنفى (١) وعاون بعض الشىء فى التمهيـدواظهـار البـوادر الخاصة بدالة الصـدق Truth function ولكن تصورها لم يصبح واضحا الا عند فريجه (١٨٧٩) (٢) ولعله من المفيـد الآن أن نعـرف كيف يجرى تطبيق جبر الفئات والقياس عند بول حتى يتدخل فى حل المشاكل الناجمة عن عـلاقات الفئة المتمثلة فى القياس التقليدى •

ولكى نستخدم جبر الفئات لحل المشكلات المنطقية علينا أن نطبق القوانين المذكورة آنفا (فى أواخـر الفصل الماضى وأوائل هذا الفصل) على طريقة التعامل بالتعبيرات الخاصة بالفئة والمتعلقة بتطوير هذه التعبيرات • ويجرى تناول هام للتعبير بتطوير هذه التعبيرات • ويجـرى تناول هام للتعبير بالفئة من خلال الصورة المعيارية Canonical or normal form فالامر يتعلق بتعبير دالة الصدق فى صـورة الوصل المعيارية داخل حساب القضايا لانها تؤلف اجراء قطع decision procedure فى الحساب (٣) وهنـاك اجـراء ممـاثل لحسـاب الفئـة وهـو الذى يعبر عن صـيغة الفئـة كمجمـوع نواتج ( أى

---

١. Quine : Methods of Logic ص ١٢

٢ ـ د • عبد الفتاح الديدى : القضايا المعاصرة فى الفلسفة ـ معنى الصدق فى المنطق الرياضى ص ٢٣٣ ـ ١٥٥ •

٣ ـ راجع معنى اجراء القطع فى كتابنا المترجم عن مقدمة فى المنطق الرمزى ص ٩٦ واجراءات القطع هى التى تعين على القطع بأن التعبـير تحصيل حاصل أو ليس تحصيل حاصل •

كصورة معيارية للفصل) بحيث يحتوى كل ناتج عضو فى المجموع (مجموع النواتج) على كل رموز الفئة الواردة فى التعبير سواء كان منفيا أو غير منفى ٠

دعنا نأخذ مثلا للتعبير (ف) عن فئة من فئات بول :

١ ـ ف = ( أَ ب ) + جَ )َ

فعلينا أن نضع تعبير هذه القضية كمجموع نواتج يحتوى على كل رموز الفئة أ ، ب ، جـ سواء منفية أو مثبتة مثل :

٢ ـ ف = أ ب جـ + أ بَ جـ + أَ بَ جـ

ويجرى التحول من (١) الى (٢) بالتطبيق المتتابع للقوانين المذكورة فى الفقرة السابقة مباشرة :

ف = ( أ بَجـ) + جَ )َ

= ( أَ ب ) جَ وفقا لرقم ١٢

= ( أ جـ + ت جـ وفقا لرقم ١٢

= ( أ + بَ ) وفقا لرقم ٧

= ١ ( أ جـ ) + ١ ( بَ جـ ) وفقا لرقم ٩

= ( ب+بَ ) أ جـ + ( أ +أَ) بَ جـ وفقا لرقم ١١

= أ بَ جـ + أ بَ جـ + أ ب جـ + أَ ب جـ وفقا لرقم ٧

وأخيرا باسقاط الصورة المماثلة أ بَ جـ وفقا لرقم ١

نحصل على :

أ ب جـ أ بَ جـ + أَ بَ جـ

وسنرى فى هذه التوسعات نواتج مكررة كما هو الحال فى أ ب جـ ويمكن اسقاطها وفقا لرقم ١ ونواتج أخرى تحتوى على رمز الفئـة ونفيها مثل : أ أ ب جـ وتعـادل ٥ ويمكن اسقاطها وفقا لرقم ١٠ ٠

ويمكن ترجمة الصور القضـوية للمنطق التقليدى فى رموز جبر الفئات كما يلى :

| | |
|---|---|
| كل س هى ص | س ص = ٥ |
| لا س هى ص | س ص = ٥ |
| بعض س هى ص | س ص ٥ |
| بعض س ليست ص | س ص ٥ |

وعلى ذلك مثلا قولنا «كل الناس فانون» تصبح «الفئـة المؤلفة من أشياء هى ناس وغير فانين معـا هى فئة فارغة» ٠ وكذلك قولنا «بعض الماليين غير شرفاء»

تصبح «فئة الاشياء التى هى معا ماليون وغير شرفاء فئة فارغة» ٠

دعنا ننظر فى القياس السيزارى من الضرب الثانى

لا مسيحيون مهربون ٠

كل تجار الشنطة مهربون ٠

لا تجار شنطة مسيحيون ٠

ويمكن ترجمة هذه الى لغة الرموز لحساب الفئاتعلى النحو التالى :

ع ل = ٥

م لَ = ٥

---

م ع = ٥

ويمد المقدمات والنتيجة (لاحظ أنه وفقا (رقم ٥) الخاص بقانون التبادل فى الفقرة (٢) السابقة يتصف الترتيب الذى نكتب به الناتج لمنطقى بعدم المادية **immaterial** أى بعدم التقيد بالمعنى أو بالموضوع ، نحصل على مايلى :

م ل ع + مَ ل ع = ٥

م لَ ع + م لَ عَ = ٥

م ل ع + م لَ ع = ٥

وبادماج المقدمات نحصل على مايلى :

م ل ع + مَ ل ع + م لَ ع + م لَ عَ = ٥

ولما كان مجموع هذه الفئات الاربع هو الصفر ، فان مجموع أى فئتين منهما هو كذلك صفر وبالذات :

م لٰ ع + م لَ ع = ٥

وهذه هى النتيجة :

دعنا نأخذ قياسا بمقدمة جزئية وبالتالى بنتيجة جزئية وفيما يلى مثل من القياس الديماريسى من الضرب الرابع :

بعض دافعى الضرائب يصوتون — ع (جـ•م) ، ل

كل المصوتين مواطنون — ل (ل•م) م

---

بعض المواطنين دافعوا ضرائب — م (جـ•م) ع

وبترجمة هذه الى لغة جبر الفئات نحصل على مايلى :

ع ل ≠ ٥
ل م ≠ ٥

---

م ل ≠ ٥

وبمد هذه المقدمات والنتيجة الى الصورة المعيارية نحصل على :

م ل ع + م̅ ل ع ≠ ٥
م̅ ل ع + م̅ ل ع̅ = ٥

---

م ل ع + م ل̅ ع ≠ ٥

نحن نعرف الآن من المقدمة الصغرى أن ل ع = ٥ على ذلك المقدمة الكبرى هى م ل ع + ٥ ≠ ٥

وبالتالى فئة م ل ع لابد أن تكون ذات أعضاء أى م ع ≠ ٥ وهذا هو ماتقرره النتيجة · (رجاء ملاحظة أنه من م ل ع ≠ ٥ يمكن استنباط أن م ع ≠ ٥ ولكن ليس العكس لان م ع ≠ ٥ ستكون صادقة اذا كانت م ل ع = ٥ وكانت م ل̅ ع ≠ ٥)

وتوجد ٤ ضروب قياسية صادقة فى المنطق التقليدى ولكنها لايمكن البرهنة على صدقها بجبر الفئات · وتلك الضروب من القياس هى ذات النتيجة الجزئية المستنبطة من مقدمتين كليتين · هذه الضروب من القياس هى دارابتى وفيلابتون من الضرب الثالث وبرامانتيب وفيسابو من الضرب الرابع وسبب ذلك هو أننا عندما نتناول الفئات بمناهج الجبر

التى وضعها بول لانستطيع أن نجـزم ما اذا كانت الفئات المستخدمة ذات أعضـاء أم لا · ولكن المنطق التقليدى كان يزعم زعما ملموسا بأن كل الفئات المذكورة فى البرهان ذات أعضاء (١) ·

وكل ضروب القياس التقليدى يمكن التعبير عنها بدون أن تفقد قوتها اذا مددناها بواسطة الشكلين التاليين :

أ ـــ أ ب = ٥

بَ جـ = ٥

---

جـ أ = ٥

ب ـــ أَ ب = ٥

ب جـ ≠ ٥

---

جـ أ ± ٥

حيث تكون ( أ ) الشكل الذى يجرى تطبيقه عندما تكون النتيجة كلية و (ب) عندما تكون النتيجة جزئية ·

٤ ـــ مما يذكر اذن أن المفهوم الحديث للجبر ابتدأ كمـا قلنا من قبل عند جماعة المصلحين الانجليز British Reformers من أمثال بيكوك Peacock وهيرشل Herschel ودى مورجان وبابيج Babbage وجريجورى وبول ووضع بيكوك مؤلفه عن الجبر Treatis eon Algebra سنة ١٨٣٠ وكان حدثا كبيرا فى

---

١ ـــ راجع مقدمة فى المنطق الرمزى ترجمة المترجم الفصل الخامس فقرة ١٢

تاريخ تقدم الرياضيات أن يفصل بيكوك الرموز عن الأرقام وأن يستبعد المفهوم السائد عن الرموز بوصفها تمثل أرقاما بالفعل وبالتعويض يتم ارجاع الأرقام الى وضعها الصحيح • وكانت هذه الحركة من جانب بيكوك مصدرا لكثير من أوجه التطــور والتنــوع فى تطبيقات الجبر الرياضى • ولو لم يتم تحقيق مفهوم الجبر بوصفه مجرد نسق تجريدى لما أمكن تخطى العقبات الكبيرة التى حطت من شــأن الرياضيات فى القــرن الثالث عشر •

والحساب الجبرى وجبر الفئات الذى صاغه بول لأول مرة فى كتابه عن قوانين الفــكر حصــل على شكله النهــائى لدى اشرويدر E. Schroder فى مؤلفــه الكبير من ثلاثة أجــزاء باســم محــاضرات عن جبر المنطق الصــادر فى ليبزيج فى الســنوات بين ١٨٩٠ ـ ١٩٠٥ • وأكــد اشرويدر أن جبر المنطق يمكن أن يقام على أى مجموعات منوعة من المصادرات التى يمكن اســتخدامها كبــدائل لبعضــها البعض • وقــام هنتينجطون E. V. Huntington بصياغة العديد من المجموعات الجبرية عند بول بعد تطويرها وتكييفها وتعديل رموزها بما يتناسب مع المنطق الجديد • ونشرها فى مجلة جمعية الرياضيات الامريكية سنة ١٩٠٤ فى العدد الخامس •

## الاستدلال المباشر والمنطق التقليدى

١ ـ كان الواجب هنــا أن ننتقل من حساب الفئات الى المنطق الصــورى الحــديث ثم الى المنطق المعــاصر • ولكن الاستدلال الحديث لايفهم الا بتناول الاستدلال الصورى كما وضعه أرسطو لأول مرة حيث انه يتألف من الاســتدلال بين

القضايا والانتقال من بعضها الى البعض الآخر وفقا للمعنى المنطقى الخالص ·

ولذلك نعود الى ارسطو مرة أخرى لاسترجاع قواعد الأستدلال الصورى التى وضعها بنفسة للأنتقال بين القضايا بعضها البعض اعتمادا على المعنى المنطقى والشروط الصورية البحتة ·

٢ ـ القضية هى منطوق الحكم الذى يحتمل الوصف بالصدق أو بالكذب وهى تتألف فى المنطق التقليدى الارسطى من موضوع ومحمول وسور للقضية يحدد الكم · والنوع الأساسى للقضايا الذى اعتمد عليه أرسطو دائما هو القضايا الحملية بمعنى أن المحمول يحمل حملا على الموضوع · وفى العادة فى اللغات الاجنبية نتحدث عن الرابطة La copule التى تربط المحمول وتحمله حملا على الموضوع وهى عبارة عن فعل الكينونة ·

٣ ـ وهناك تقسيم رباعى أرسطى للقضايا · فالقضية تكون عادة واحدا من الانواع التالية وفقا لسورها ·

١ ـ كلية موجبة مثل كل طير ذو جناحين ·

٢ ـ جزئية موجبة مثل بعض الطيور جارحة ·

٣ ـ كلية سالبة مثل ليس من الطير مايلد ·

٤ ـ جزئية سالبة مثل بعض الطيور لايهاجر ·

٤ ـ وهناك تقسيم بالرموز أوضح من هذا وفقا للاشارة الى مربع التقابل الارسطى المشهور · فالكلية الموجبة يشار اليها بالرمز ك · والكلية السالبة يشار اليها بالرمز ل ·

والجزئية الموجبة يشار اليها بالرمز ب والجزئية السالبة يشار اليها بالرمز س • فالقضايا اذن هي :

١ ــ كلية موجبة ويشار اليها حملا م (ك) ن كل م هى ن

٢ ــ كلية سالبة ويشار اليها حملا م (ل) ن لا م هى ن

٣ ــ جزئية موجبة ويشار اليها حملا م (ب) ن بعض م هو ن

٤ ــ جزئية سالبة ويشار اليها حملا م (س) ن بعض م هو لا ــ ن

٥ ــ واضح مما تقدم من القضايا أن«كم» القضية وكيفها يتحددان بأداة معينة مثل كل التى تجعل من القضية كلية موجبة «وبعض» و «لا» و «ليس بعض» •••• وهكذا • وهذه الأدوات هى أسوار للقضايا لانها تحيط بالقضية احاطة السور بالموقع الأرضى فتحدد كمها وكيفها • ولكن المنطق الحديث صار يتحدث أيضا عن كل المحمول أى سور محمول القضية وهو مالم يرد من قبل حديث عنه ولعل أول من أشار اليه هو دى مورجان ، وقام حساب جديد فى المنطق الرمزى الجديد اعتبارا من سور المحمول فى القضايا •

٦ ــ ويقال عن القضية ان موضوعها مستغرق أو غير مستغرق وكذلك المحمول • والفئة فى المحمول أو فى الموضوع تكون مستغرقة اذا كانت الاشارة شاملة لكل عضو فى الفئة التى يشير اليها الموضوع أو المحمول • ويكون الحد غير مستغرق اذا لم تكن الاشارة فى القضية لاتؤدى نحو كل عضو فى الفئة التى يشير االيها الحد • ومن الواضح أن حد الموضوع يكون عادة فى القضايا الكلية مستغرقا فى حين أنه لايكون مستغرقا فى القضايا الجزئية • ولايكون التحديد الخاص بالاستغراق ولنأخذ القضية :

ـ لا اسكيمو هو مثال

فهذه تخرج بوضوح كل فئة المثالين من فئة الاسكيمو كما أنها تخرج الاسكيمو من فئة المثالين • ولذلك فالحد الذى يشير الى المحمول مستغرق كذلك •

وفى القضية :

ـ بعض رجال البوليس مخبرون سريون •

فالحد الذى يشير الى المحمول ليس مستغرقا •

وفى القضية :

ـ كل الوزراء أعضاء فى مجلس الامة :

ليست الاشارة الى كل فئة أعضاء مجلس الامة وعلى ذلك فالمحمول ليس مستغرقا •

| نوع القضية | الموضوع | المحمول |
| --- | --- | --- |
| كلية موجبة | مســتغرق | غير مستغرق |
| كلية سالبة | مســتغرق | مســتغرق |
| جزئية موجبة | غير مستغرق | غير مستغرق |
| جزئية سالبة | غير مستغرق | مســتغرق |

٧ ـ ومن الاشــياء التى تعين على اظهــار الاختلاف بين القضايا وتعاون فى البرهنة والاستدلال المباشر تلك القوانين المنطقية التى نطلق عليها اسم قوانين الفكر • فدورها فى

الاستدلال له أهمية فى اظهار الفروق وبناء المعنى المنطقى على سواه من أجل البرهنة على الصدق أو الكذب بناء على تناقض أو هوية بينه وبين الصدق أو الكذب فى قضايا متقدمة ٠

وقوانين الفكر هى :

١ ـ قانون الهوية ومعناه أى شىء هو ماهو عليه أو هو هو وفى المنطق اذا صدقت قضية كانت صادقة لانها صادقة أى أن س تستلزم س صادقة على الدوام ومثل هذه القضية تحصيل حاصل ٠

٢ ـ قانون عدم التناقض فلايمكن للاشياء أن تكون وألا تكون فى نفس المكان والزمان وفى المنطق القضية لاتصدق ولا تكذب فى آن معا اذا كانت الملابسات والتعريفات هى نفسها ٠

٣ ـ قانون الثالث المرفوع وهو اما أن يكون الشىء أو لايكون فى نفس الوقت والمكان ٠ وفى المنطق كل قضية اما أن تكون صادقة أو كاذبة اذا كانت الملابسات والتعريفات هى نفسها ٠ فالقضية اما س أو لا ـ س صادقة من باب تحصيل الحاصل ٠

٨ ـ وتعيننا العلاقات المنطقية بين القضايا وفقا لشكل مربع التقابل على تحديد صدق وكذلك القضايا ٠ وفى مربع التقابل تنشأ علاقات واضحة بذاتها ٠ وأهم خاصية فى العلاقات المنطقية بين القضايا هو أنها تعيننا على استنباط بعض الاستدلالات المباشرة القائمة على البرهنة ابتداء من صدق أو كذب بعض القضايا على صدق أو كذب قضايا

أخرى • ولعل أهم أبواب المنطق هو باب الاستدلال المباشر الذى يعود بالعقل على الاستدلال من صدق أو كذب قضية على صدق أو كذب قضية أخرى • وبهذا تمكن معرفة متى تستلزم القضية غيرها منطقيا وبرهانا أو متى تتعارض معها أو متى تستقل عنها •

وقد شهدنا فيما سبق كيف يكون ممكنا أن صدق أو كذب قضية أو أكثر يحدد صدق أو كذب قضايا أخرى • ولم نجد صعوبة فيما سبق فى التعرف على القضايا المتناقضة أو القضايا المتكافئة • وتقول سوزان استبنج (١) انه بدون التعرف على بعض حالات من التناقض وتمييز التكافؤ على الرغم من الاختلاف الشكلى للعبارات يصعب على المرء أن يبدأ دراسة المنطق لان المنطق عبارة عن التفكير فى محاولة حل المشكلات ، والعلاقات المنطقية الممكنة سبع وهى :

| | |
|---|---|
| ١ ــ التناقض | Contradiction |
| ٢ ــ التضاد | contrariety |
| ٣ ــ الدخول تحت التضاد | subcontrariety |
| ٤ ــ الاستلزام | superimplication |
| ٥ ــ الالتزام | Subimplication |
| ٦ ــ التكافؤ | equivalence |
| ٧ ــ الاستقلال | independence |

والمهم هو أن ندرك كيف يصبح صدق بعض القضايا أو

1. L.S. Stebbing : A modern Elementary Logic p. 30.

كذبها سبيلا للبرهنة على صدق أو كذب قضايا سواها • فاذا نظرنا الى القضايا التالية :

( أ ) االطبيعة الانسانية لاتتغير أبدا •

(ب) اذا كانت الطبيعة الانسانية لاتتغير أبدا لما انتهت الحروب •

(جـ) اذا كانت الطبيعة الانسانية تتغير فستنتهى الحروب •

( د ) الحروب لن تستمر دائما •

(س) الحروب لن تنتهى •

(ل) الطبيعة الانسانية تبقى دائما كما هى •

(م) الطبيعة الانسانية تستطيع أن ترتفع الى القمم العالية •

(ن) الطبيعة الانسانية لاتتغير •

فهذه القضايا تتعلق اما بموضوع الطبيعة الانسانية أو بموضوع الحروب أو بالعلاقة فيما بينهما • غير أن القضايا قد تتعلق بنفس الموضوع دون أن تكون متصلة منطقيا كما هو الحال فى (أ) ، (م) فكلاهما قد يكون صادقا أو كاذبا أو احداهما صادقة والاخرى كاذبة • وعلى ذلك فصدق أو كذب احداهما مستقل الصدق أو الكذب منطقيا عن الاخرى • وهذا هو معنى الاستقلال (رقم ٧ السابق) وهناك أزواج أخرى من القضايا المستقلة فى القائمة مثل (م) ، (ن) •

ولكن بعض القضايا فى القائمة ليست مستقلة عن بعضها • فهناك (أ) التى تنكر ماتقرره (ن) وهما على علاقة

تناقض ببعضهما • ولأول وهلة تبدو (ب) ، (جـ) ، كما لو كانتا متناقضتين • ولكن بقليل من التأمل سيتبين أنهما ليسا كذلك وأنهما مستقلتان فى المعنى عن بعضهما • ولا يوجد أى تناقض بين القول بأن الحروب ستستمر فى بعض الظروف (على ألا تتغير الطبيعة الانسانية) ولكن ليس فى ظروف أخرى (على أن تتغير الطبيعة الانسانية) •

ولو نظرنا فى (ب) ، (أ) معا لحصلنا على قضية وصل :
ـ اذا كان الطبيعة الانسانية لاتتغير فلن تنتهى الحروب والطبيعة الانسانية لاتتغير أبدا •

وماهى العلاقة بين هذه القضية ـ قضية الوصل هذه ـ وبين القضية (د) المذكورة فى القائمة ؟ اذا كانت (ب) ، (أ) كلاهما صادقة ، فالقضية (د) لابد صادقة أيضا • ولكن (د) قد تكون صادقة أيضا • ولكن (د) قد تكون صادقة حتى لو كانت قضية الوصل (ب) ، (أ) كاذبة • اذن فصدق (د) يدع صدق قضية الوصل (ب) ، (أ) غير محددة • وهناك قضايا فى القائمة لو صدقت الاولى صدقت التالية لكن لو صدقت التالية لبقى صدق الأولى أو كذبها غير محدد • وتلك علاقة الاستلزام بالنسبة الى الالتزام •

وهناك (أ) ، (ل) وهما تقرران نفس الموضوع • فاما أنهما صـــادقتان معـــا أو كاذبتان معا • وتلك هى القضـــايا المتكافئة •

ولنذكر هذه العلاقات بشىء من التحديد :

١ ـ التكافؤ ويكون عادة بين س ، ص اذا كانتا متكافئتين بحيث اذا كانت بينهما علاقة من هذا القبيل وكانت س صادقة

كانت ص أيضا صادقة واذا كانت ص صادقة كانت س كذلك صادقة • واذا كانت س كاذبة كانت ص كاذبة واذا كانت ص كاذبة كانت س كذلك كاذبة • اذن س ، ص لو كانتا صادقتين او كاذبتين معا • وهذا هو معنى العلاقة القائمة اذا قلنا ان س تستلزم ص ، ص تستلزم س •

٢ ـ الاستلزام وهو ملزم لانه يفرض وضعه ولا يفرض عليه وضع المتعلق به من القضايا فتكون س متداخلة تداخلا ملزما مع ص على أنه اذا كانت س صادقة كانت ص صادقة ، ولكن ص قد تكون صادقة دون أن تلزم س بأن تكون صادقة • اى أن ص قد تكون صادقة وتبقى س كاذبة • فصدق س يلزم ص بأن تكون صادقة ولكن صدق ص يدع س غير محددة •

٣ ـ الالتزام فتلتزم س بالصـــدق فى ص على أنه اذا كانت ص صادقة كانت س كذلك صادقة • ولكن س قد تكون صادقة على الرغم من أن ص كاذبة • فعلاقة الالتزام هى عكس علاقة الاستلزام فاذا كانت س هى المستلزمة بالنسبة الى ص كانت ص هى الملتزمة بالنسبة الى س •

٤ ـ الاســـتقلال فتـــكون س مســـتقلة عن ص اذا كان لا صـــدق س ولا كذبها يحدد صـــدق أو كذب ص والعكس صحيح •

٥ ـ الدخول تحت التضاد ـ فتدخل س تحت التضـــاد بالنسبة الى ص على شرط أنه اذا كانت س كاذبة كانت ص صـــادقة ، واذا كانت ص كاذبة كانت س صـــادقة فى حين امكان أن تكون س ، ص صادقتين معـــا • ولكنهما لاتكذبان معا •

٦ ـ التضاد فتكون س على علاقة تضاد بالنسبة الى ص على شرط أنه اذا كانت س صادقة كانت ص كاذبة واذا كانت ص صادقة فلابد أن تكون س كاذبة فى حين أنه من الممكن أن تكون س ، ص كاذبتين معا · ولكنهما لايصدقان معا ·

٧ ـ التناقض فتكون س ، ص متناقضتين احداهما بالنسبة الى الاخرى على شرط أنه اذا كانت س صادقة كانت ص كاذبة واذا كانت س كاذبة كانت ص صادقة · وعلى ذلك لايمكن أن تكون س ، ص صادقتين معا أو كاذبتين معا ولابد أن تكون احداهما صادقة والأخرى كاذبة ·

وهذه هى علاقات للتوافق أو عدم التوافق فاذا نشأت العلاقات الخمس الأولى بين القضايانشأ بين هذهالقضايا توافق أما اذا نشأت العلاقات بين النوعين الاخيرين فهما غير متوافقتين · وتدمج علاقة الاستقلال التوافق بأى نقص كامل الى أى شروط ضرورية للاستدلال · ويتضح هذا النقص الى أى ارتباط استدلالى يمكن من القضيتين (م) ، (د) · وهو ظاهر أيضا فى حالة (ب) ، (جـ) على الرغم من عدم ادراكها بسهولة · والمتضادات غير متوافقة كذلك أو متعارضة بما لايقل وضوحا عما هو حاصل فى المتناقضات والمتضادات تختلف عن المتناقضات فى أنه لايوجد بدائل متكافئة بالنسبة الى كلا القضيتين المتضادتين ·

ويمكن تلخيص السبع علاقات فى الجدول التالى حيث س صادقة وس كاذبة وكذلك بالنسبة الى ص :

| العلاقـــة | المعطى | اذن ص أو ص | المعطى | اذن ص أو ص |
|---|---|---|---|---|
| س متكافئة مع ص | س | ص | س | ص |
| س ملزمة مع ص | س | ص | س | غير محددة |
| | س | غير محددة | س | ص |
| س مستقلة عن ص | س | غير محددة | س | غير محددة |
| س داخلة تحت التضاد مع ص | س | غير محددة | س | ص |
| س متضادة مع ص | س | ص | س | غير محددة |
| س متناقضة مع ص | س | ص | س | س |

٩ ــ ويجىءدور الاستدلال المباشر فنقول اذا تم الاستدلال بواسطة قضية صغرى أو قضـــية كبرى أو قضـــية متوسطة تحتويها المقدمتان كان اسمه استدلالا غير مباشر ٠

كل س هى ص

كل ص هى ع

كل س هى ع

أما اذا جرى الاســتدلال مباشرة من قضية واحـــدة كان اسمه الاستدلال المباشر immediate inference وأول نوع من الاستدلال المباشر هو التقابل opposition والنوع الثانى منه هو التكافؤ equivalence

١٠ ــ ويتم التقابل عندما يجرى الاســتدلال من قضـــية ما الى قضية أخرى بنفس الموضوع والمحمول ٠ ويضم التقابل كلا من التناقض والتضاد والدخول تحت التضاد والاســتلزام والالتزام ٠

مثال ذلك : نقيض كل س هو ص عبارة عن القضية التالية : بعض س هو ص وهى قضية مختلفة تماماعن الأولى ٠

١١ ـ أما التكافؤ فينبنى على علاقة التكافؤ التى تكون فيها القضية المستدل عليها مكافئة تماما أو صورة مصغرة للقضية الأصلية ٠ وهذا التكافؤ هو الذى ينتج من عمليات الاستدلال المباشر ٠

| | |
|---|---|
| ١ ـ العكس المستوى | Convresion |
| ٢ ـ نقض المحمول | obversion |
| ٣ ـ نقض العكس المستوى | obverted converse |
| ٤ ـ عكس النقيض | contraposition |
| ٥ ـ النقيض | inversion |

## الاستدلال بالتواتر

### ١ ـ متى ظهر الاستدلال بالتواتر (١)

ظهر الاستدلال بالتواتر Raisonnement par récurrenc في الفترة التالية على فترة ظهور جبر الفئات ٠ اذا لم يلبث رجال الرياضيات أن أصبحوا شديدى القلق بشأن العلم الذى اشتغلوا به وتخصصوا فيه وخاصة عقب الهجوم

(١) يسمى الاستدلال بالعودة فى المصطلح العربى المعاصر ولكننا فضلنا لفظة التواتر فهى الأقرب الى المعنى الدقيق للعملية الاستدلالية بهذه الصورة خاصة وأن البرهنة هنا قد تكون بالعود أو بالتقدم ٠ ولهذا فالتواتر يكون بالنقص أو بالزيادة وهو الأقرب الى طبيعة العملية الاستدلالية هنا ونكتفى بالتنبيه الى أن مصطلحات الفلسفة للدكتور بدوى اكتفت بالعود ٠

العنيف الذى صدر من هاملتون ضـد الرياضيات ورجالها · فصار علماء الرياضـيات من آكثر الناس حرصا على اعـادة النظـر فى أسس الرياضـيات ومـن آشـدهم اهتمـاما باللوجيسطيقا ورمـوزها وقواعد حسابها وأصـول حساب البديهيات ·

وظهر فى عام ١٨٩٣ كتـاب أسس علم الحسـاب تأليف فريجه Frege وكتاب أصول الرياضيات تأليف بيانو Peano وكان ظهوره سنة ١٨٩٥ · وفى سنة ١٨٩٩ أصدر هيلبرت Hilbert كتابه عن أصول الهندسة ·

وفى مطلع هـذا القرن ظهر مبـادىء الرياضيات لرسل Russell وكتاب البرنكيبيا المشهور فى المنطق الرياضى تأليف وسنة ١٩٢٨ خـرج الى الوجـودرسل وهوايتهيد Whitehead كتاب أسس المنطق النظرى تأليف هيلبرت وايكرمان Ackermann كما ظهر كتاب المنطق الرمزى تأليف ليويس ولانجفورد سنة ١٩٣٢ · وكان هذا تأكيدا لاتجاه المنطق الرمزى الجديد الذى ظهـر فى كتـاب ليويس عن المنطق الرمزى من قبـل سنة ١٩١٨ ·

وسط كل هذه التطورات ظهر الاستدلال بالتواتر وأهم قضية أدت الى وجوده هى قضية ما اذا كانت الرياضيات علما مقفـرا ما حـلا لافائدة من ورائة · فاسـتطاع بوانكارية Poincaré (١٨٥٤ ــ ١٩١٢) أن يثير من جديد مشكلة الموجود الرياضى والغرض الرياضى ودور الاستدلال الرياضى وما اذا كان فى الامكان التقدم رياضيا من الجزئى الى العام ومن التحليل الى التركيب ·

وشاع لدى العلماء فى نهاية القرن الماضى أن الرياضيات تحصيل حاصل وانها لاتغنى ولاتنفع • ووجد بوانكاريه حل المشكلة فى الاستدلال بالتواتر الذى اعتبره الاستدلال بالمعنى الحقيقى ورآه جديرا باسم الاستقراء الرياضى واعتبره مثيلا وموازيا للاستقراء العلمى الموضوعى •

## ٢ ـ البرهان الرياضى والبرهان المنطقى :

لايهدف أى برهان رياضى الى اقامة قضايا مفردة أو خاصة متضمنة أو داخلة فى اطار سواها من القضايا الأعم • وسبب ذلك أن تلك القضية المفردة أو الخاصة مسلم بها سلفا ضمن القضية العامة أو الأعم منها التى تنطوى عليها وتتجاوزها • أى أن هذا البرهان من شأنه أن يثبت شيئا مؤكدا من قبل ويريد أن يحقق معرفة معروفة سلفا •

ولكن الواقع أن هذا البرهان الاستدلالى يلجأ الى هذه الطريقة كتمهيد مؤقت من أجل اقرار معرفة أكبر بالفعل • أعنى أنه لا مانع من التقدم نحو التسليم بمعرفة معروفة حتى يمكن ـ انطلاقا منها ـ تقرير حقيقة أشمل وأوسع • ففى الغالب نقوم أولا بالبرهنة على حالة خاصة معينة ومميزة حتى نتقدم ابتداء منها للبرهنة على قضية عامة ولما كان من المستحيل القفز مباشرة الى نتيجة عامة ، صارت هذه الخطة سليمة منطقيا ورياضيا • فنحن نعتمد مثلا على خاصية مجموع الزوايا فى المثلث من أجل البرهنة على مجموع زوايا الشكل المتعدد الاضلاع ذى العدد من الاضلاع •

وهذه الطريقة متبعة عادة فى كل أبواب الرياضيات • وأقل نظرة نلقيها على نظام تابع الحقائق الرياضية تكشف لنا

بوضوح أن الرياضيات لها طابع خاص جدا من الوجهة العلمية لانها تتميز بكونها شديدة التخصيص فى أجزائها الأولية وتزداد تعميما شيئا فشيئا كلما تطورت وتقدمت نحو التوسع والنماء • مثال ذلك أننا نعتمد فى العادة على خصائص الاعداد الصحيحة من أجل اقامة وتحديد خصائص الكسور • وعادة نقوم بتعميم المبرهنات والعمليات المتعلقة بالاعداد الصحيحة الموجبة عن طريق مدها الى المجموعات الكمية السالبة والى المساحات غير المحدودة والى الاعداد الصماء • وتنبنى كل هندسات المساحة على هندسات المسطحات التى تعد أكثر خصوصية • فنحن نتقدم فى كل هذه المجالات من البسيط الى المركب على حد تعبير ديكارت •

ويمكن القول بصفة عامة أن الرياضيات تتقدم من المركب الى البسيط فى ترتيب ونظام المحتملات غير أن التقدم فى الحالتين يخضع للتسلسل الاستدلالى • وعندما يتعلق الأمر بمحاولة البرهنة على شىء يمضى التسلسل الاستدلالى من أقصر طريق الى أشمل التعميمات • واذا تحققت البرهنة على احدى الحقائق عن طريق التعميم المتوالى واتخذت صورة البرهنة المباشرة بدون توقف عند الحالة المميزة سقط البرهان الأول البطىء الماحل • وليس معنى ذلك أنه يحاول القفز الى قمة البناء بدون استخدام السلم وانما معناه أن التسلسل الاستدلالى يحرص على تقليل عدد درجات السلم الى أصغر عدد ممكن مع التصعيد المستمر الى أعلى قمة ممكنة • فهو يحاول الصعود دائما مع الارتقاء بكل حقيقة برهانية فى طريقه ولا يتوقف اطلاقا لتقويم الحقائق البرهانية المتضمنة فيما هو أكبر منها •

هذا اللهم الا اذا كان على التسلسل الاستدلالى أن يبرهن عليها ويضعها موضع الحقيقة الاحتياطية لاستخدامها فيما بعد كخاصية مرموقة • ولكن هذه لاتسمى فى هذه الحالة برهانا وانما تسمى حقيقة لازمة corollaire وكثيرا مايخلط بعض الناس بين اللازمة والمبرهنة théorème وهو ما لايجوز فى رأى جوبلوه (١) لان اللازمة لاتحتوى على موضوع للبرهنة • بل تحاول مجرد استخلاص خاصية ووضعها جانبا كاحتياط منشأ خلال البرهان أو تنطوى عليه النتيجة بلا حاجة الى برهان منفصل • فكأن «العبارة اللازمة» مجرد نقطة توقف ورتحة أو سلمة يتفرع الاستدلال عندها فى منحى جديد •

ولا يفوتنا هنا أن نشير الى أن العبارات اللازمة لعبت دورا هاما فى المنطق التحليلى عند مدرسة التحليل المنطقى وخاصة فتجنشتاين Wittgenstein وآير Ayer وهى من الموضوعات المنطقية التى استحدثتها حلقة فيينا •

أما فى التسلسل الاستدلالى فاللازمة تشبه المصطبة التى يرتقى البرهان عندها مرحلة متفرعة على نحو جديد •

وعلى أى حال فالمعتاد فى الاستدلال الرياضى أنه يتقدم نحو خاصية من جنس مختلف كما يجرى الاستدلال على تساوى الزوايا من تساوى الاضلاع فى المثلث المتساوى الضلعين • او أنه يتقدم نحو خاصية أكثر تعميما كما نبنى حقيقة المبرهنة الخاصة من مجموع زويا الشكل المتعدد الاضلاع من حقيقة

---

1. Goblot : Traité de Logique p. 255.

المبرهنة الخاصة بمجموع زوايا المثلث • ولكن الاستدلال الرياضى لايتقدم قط الى خاصية أقل تعميما •

فاذا قارنا البرهان الرياضى بالبرهان المنطقى وهو القياس اكتشفنا التعارض الجوهرى بين الاثنين • فنظرية القياس لايمكن أن تكون بحال من الاحوال هى نفسها نظرية الاستدلال الرياضى • أو هكذا قرر بوانكاريه عندما ألح فى القول بأن القياس غير قادر على اضافة أى شىء الى المعطيات التى نقدمها اليه • فهذه المعطيات لاتلبث أن تتحول الى عدد من البديهيات وتقضى قواعد الاستدلال بضرورة ألا يستجد شىء فى النتيجة لم يكن موجودا من قبل فى المقدمتين • ولهذا فخاصية القياس الاساسية أنه لايستطيع أن يضيف جديدا الى علمنا • واذا كان كل شىء فى القياس ينبنى أصلا على مبدأ الهوية فلابد من امكان رد كل شىء فيه أيضا اليه •

واذا صح هذا فالاستدلال الرياضى يتميز بوضوح من هذا القياس المنطقى • ولابد من الاعتراف والتسليم بأن الاستدلال الرياضى يصل الى شىء جديد ويحقق انتقالا خلاقا الى النتائج • وهذا هو ماقرره بوانكاريه فى مطلع كتابه عن العلم والفرض العلمى تمهيدا لبيان الحاجة الماسة الى برهان التواتر •

## ٣ ـ معنى الاستدلال بالتواتر :

فى رأى بوانكاريه أن الاستدلال بالتواتر هو الاستدلال الذى يحمل أخص مايميز الاستدلال وأدق مايمكن أن يوصف به • ولكن لما كان أهم عنصر فى الاستدلال هو التعميم فمن باب أولى يخطر على ذهننا فى التو معنى الاستقراء •

فالاستقراء في الواقع هو عملية تعميم خصـائص معـدودة مستقرأة على بقية الصنف الذى يحمل تلك الخصائص • ولهذا لا نكاد نذكر التعميم الاستدلالى حتى يبرز فى خيالنا فى الحال ماهية الاستقراء •

ولاينبغى أن نأخـذ هنا الاسـتقراء بمعنـاه الكلى فى استقراء الوقائع التجريبية وتعميم هذه الوقائع للصعود بها الى القوانين • وانما ينبغى بمعناه المميز فى خاصية الصرامة عند استخلاص نتيجة عدد من الحالات وفى الاستناد الى الخاصية الاساسية للسلسلة اللامتناهية للاعداد الصحيحة على نحو ماهى ممثلة فى عملية العد المنطوقة التى نقوم بها فىحياتنا اليومية وأعنى بها خاصية أن يتألف العدد من جمع أو اضافة وحدة الى العدد السابق • فهذه الخاصية تجعل المتكلم يضيف رغيفا الى جملة أرغفةعند العد ويضيف برتقالة الىعدد من البرتقالات• وهى عملية لا نهاية ولا حد لها لانها يمكن أن تحدث وتتكرر كلما ظهر رغيف يراد اضافته الى اعـداد سـابقة من الارغفة وكلما ظهرت برتقالة نريد جمعها الى عـدد سابق من صنف البرتقال •

وهذه العملية وحدها هى عملية الاستدلال التى تحمل أخص مايتميز به الاستقراء فى التعداد والاحصـاء • وهذا الاستدلال يبرز جـوهر البرهان فى الامتـداد نحـو سلسلة لا متناهية من الحالات بما تتميز به حالة مفردة •

وهذا الامتداد والاتساع بفرض الخاصية المميزة المحققة لعدد محدود من الحالات على سلسلة لا متناهية هو مانطلق عليه هنا اسم الاستدلال بالتواتر •

فالاستدلال بالتواتر هو انه اذا افترضنا صحة احـدى الخصائص بشأن (م) كان من الصحيح أيضا وجود هذه الخاصية نفسها . فى م + ١ أيا تكن «م» .

واذا تم لنا التحقق من أن هذه الخاصية صحيحة عن عدد معين هو «ن» فلابد من أنها تصح أيضا بشأن كل الاعداد التى تلى «ن» . ونستطيع أن تمتد بهذه الخاصية من «ن» الى ن +١ ثم الى (ن + ١) + ١ .. وهكذا الى ما لا نهاية .

وفى هذا التقدم الى ما لا نهاية عثرنا على بعض التماثل والشبه مع الاستدلال الاستقرائى .

وقد اخترنا لفظ «التواتر» فى تعريف هـذا الاستدلال دون لفظ «العود» لانه أقرب الى تصوير حقيقة عملية البرهان المذكور . واذا أردنا البرهنة على أن خاصية ماتصدق على كل الاعداد ابتداء من «ـ كذا» الى «+ كذا» لزمت البرهنة على أنه اذا كانت الخاصية المذكورة ثابتة بشأن «م» ...

فمن الضرورى :

أولا : أن تصدق هذه الخاصة بالنسبة الى م + ١ .

ثانيا : ان تصدق هذه الخاصية أيضا بالنسبة الى م ـ ١ أيا تكن «م» .

واكتشف بوانكاريه الاستدلال بالتواتر فى برهان قواعد الجمع والطرح أى فى أبسط قواعد حساب الأرقام أو قواعد الحساب الجبرى .

## ٤ ـ نقد جوبلوه للاستدلال بالتواتر :

لم يكن بد من أن يصادف الاستدلال بالتواتر نقدا لاذعا من جانب بعض المناطقة الخلص وبالذات من جـانب ادمون جوبلوه مؤلف كتــاب «بحث فى المنطق» ٠ وقد ظهــر كتاب بوانكاريه عن «العلم والغرض» سنة ١٩٠٨ فى حين أن كتاب جوبلوه «بحث فى المنطق ظهر سنة ١٩١٤ ٠ وكان من المتوقع أن يتناول كتاب جوبلوه فى روحه التقليدى بعض ماجاء فى برهان التواتر الذى استحدثه بوانكاريه ٠

وقد تعرض جوبلوه للاســتدلال بالتواتر فشرحه شرحا وافيا وأظهر كل جوانبه وأوضح نقاطه المختلفة ٠ ثم نقده نقدا لايستقيم فى الواقع مع الاتجاهات الحديثة والمعــاصرة بالذات فى المنطق الصورى الجديد ٠

ولا نجد فى الموضوع بأكمله فائدة كبيرة لقارىء المنطق اليــوم لذلك نكتفى بشرح الجــوانب التى تفيــدنا فائــدة مباشرة ٠

فبعد عرض كل جوانب الاستدلال بالتواتر يشير جوبلوه الى أن هذا البرهان يتألف من جانبين :

أولا : الجانب الذى يبرهن على أنه اذا كان مفروضا أن صفة ماتصدق بشأن عدد من الاعداد وليكن «ن» فهى تصدق كذلك بشأن «ن + ١» ٠

وفى هذه الخاصية يتفق هذا البرهان فى الشبه مع كل البراهين الاخرى ٠ فهو يتألف من محاولة اقامة نتيجة بناء على فرض أى أنه يؤدى عملية فيبنى نتيجة ابتداء من الفرض ٠

ثانيا : الجانب الذى يتحقق من أن خاصية «١» تصدق على عدد معين هو فى المثل المشار اليه «٢» . وبالتالى فالواحد أو خاصية الواحد تصدق عن ٢ + ١ كما تصدق عن ٣ + ١ وهكذا الى آخره .

ومن بين هذين الجانبين يعطى بوانكاريه الاهتمام الاكبر للجانب الثانى . ولما كان الأمر يتطلب فهم الانتقال من المفرد الى الكلى فقد انصب اهتمامه على العملية التى تبدأ من عدد مفرد «١» أو «٢» أو أى عدد آخر ثم تنتقل الى العدد التالى ثم الى العدد الذى يليه وهكذا الى ما لا نهاية . ولكن الواقع أن الجانب الأول هو الأهم لاننى برهنت على حقى فى أن أقوم بالتعميم .

والواقع كما يقول جوبلوه ان بوانكاريه انتهى بالاستدلال بالتواتر الى أنه صار مجرد قياس من الاقيسة الارسطية .

وأبدى جوبلوه استغرابه من أن بوانكاريه يتحدث عن البرهان بالتواتر كأنه الحدس الخاص بالعدد الخالص . وتساءل ما اذا كان هذا العدد الخالص هو العدد المجرد ؟ وهل هو العدد بعامة أو تصور العدد ؟

ولكن المشكلة عند بوانكاريه ابعد من ذلك بكثير وخاصة فيما يتعلق بهذه النقطة الاخيرة . ولهذا السبب لم يكن بد من أن تنشأ هذه المساجلة بين جوبلوه وبينه . فجوبلوه لم يستطع ان يواجه نقد هذا البرهان بما ينبغى له من الوسائل ولم يكن يمكنه أن يرى اللوحة العامة لتطور الموضوعات فى وقته (١) .

---

١ — راجع دافال وجليبوه Daval et Guilbaud فى كتابهما عن الاستدلال الرياضى سنة ١٩٤٥ .

وقد أدى تطور المنطق الرمــزى وحساب البديهيات فى السبعين سنة الاخيرة الى تيسير فحص طبيعةالاستدلال الرياضى فى الوقت الحاضر على نحو أكثر دقة وبطريقة لم تكن من قبل ممكنــة • ولا يهمنا الآن من الموضــوع أكثر من التعــريف بالوضع التاريخى للمشكلة وابراز بعض جــوانبها المتصلة بتوضيح الدور الجديد للمنطق المعاصر المعتمد على صــورية القضايا وعلى الحساب المؤلف من دوال الصدق والكذب •

## ٥ ـ حقيقة البرهان بالتواتر :

ويتيح لنا الاستدلال بالتواتر فرصة اســتنتاج أنه اذا كانت احدى االقضايا صادقة عن «الصفر» وأنه اذا صدق شىء عن «س» جر ذلك الى الاستدلال الى صدق ذلك الشىء أيضا عن «س + ١» فلابد أيضا أن يصدق ذلك بشــأن كل الاعــداد الصحيحة الموجبة •

وقد شك جوبلوه خصوصا فى هــذا الصــدد بشأن قدرة برهان التواتر على اثبات هذا الجانب الأخير •

ولكن بقليل من النظــر فى طبيعة علم الحســاب نفسه سنكتشف عن علم الحساب خصائص مميزة أبرزهابيانو Peano الذى أورد بوانكاريه الخمس بديهيات المشهورة الخاصة به والمقترنة دائما باسمه • هذه البديهيات هى :

١ ـ الصفر عدد •

٢ ـ اذا كانت «أ» عددا كان مايتلو «أ» عددا كذلك •

٣ ـ اذا كان لعددين نفس الرقم التــالى كان هــذان العددان نفس الرقم •

٤ ـ الصفر ليس عددا تاليا لأى عدد ٠

٥ ـ اذا صدقت خاصية عن الصفر بحيث انه اذا صدقت عن «س» صدقت أيضا عن التالى لعدد «س» ، صدقت هذه الخاصية أيضا عن كل الاعداد الصحيحة الموجبة ٠

وهذه هى الصياغة النهائية لبديهيات Begriffschrift بيانو (١) وكان فريجه Frege فى الواقع أول من تكلم عن مبادىء الحساب المنطقى الذى يكفى للاستدلال الدقيق وحاول استخراج الحساب من المنطق البحت سنة ١٨٧٩ فى كتابه عن أصول التصور ، أما بيانو فقد قام بتطبيقات هذا الحساب داخل الرياضيات وابتكر رموزا مرنة ورشيقة الى حد بعيد بحيث تسمح بالتعبير عن أعقد المبرهنات فى صيغ مفردة على أكبر قدر من الدقة والايجاز ٠ وجاء كتاب البرنكيبيا لبرتراند رسل وهوايتهيد فشارك فى الصياغة النهائية لما أسميناه بالمنطق الرياضى الذى كان مدخلا لكل التحولات الجديدة فى المنطق الرمزى المستخدم الآن ٠

وفى الصفحات الأولى من كتاب البرنكيبيا نجد نقد رسل لنسق بيانو فى الحساب واعتراضه على مفهوم العدد عند بيانو ٠ فبيانو يجعل من العدد وكذلك من «الصفر» ـ و «التالى» تصورا غير محدد فى علم الحساب ٠ فهذا المفهوم كما يقول رسل يسمح بتفسير العدد بعدد لا متناه من الطرق بدون خرق للبديهيات أو المصادرات Postulates التى أقرها نسق بيانو ٠ وفى رأى رسل أن هذا التنويع الشديد فى

---

(١) رسل : مقدمة للفلسفة الرياضية ترجمة محمد مرسى أحمد ومراجعة الأهوانى الفصل الثالث ٠

تفسير حقيقة العدد يوحى بعـدم تكافؤ مفهوم بيانو • وأى مفهوم متكافىء للعدد يجب أن يكون معادلا لفكرتنا عنه بدون أن تتعرض للتحليل أى كما نكشفه فى استخدامنا التجريبى لعملية العد •

فالنسق الذى يمكن أن تكون «١» منه معادلة للمائة وأن تكون «٢» معادلة لما يليه «١٠١» وهكذا على التـوالى وهـذا يستحق كل تقدير فى الرياضيات البحتة ولكنه لايناسب حياتنا اليومية •

هذا رأى رسل ، ولكنه ـ كما هو ظاهر ـ يحسب حساب نظرية المعرفة لا نظرية المنطق الرمزى كما هو شائع اليوم •

فهذه المصادرات التى أعلنهـا بيانو تجسم خصـائص الاعداد الصحيحة الموجبة وتسمح بالبرهنة على كل القضايا الصحيحة فى الحساب المتداول •ويمكن أن نلحق بها التعريفات المتواترة للجمع والضرب كما يفعل بيانو •

لكن هذه المصادرات لاتؤلف مانسميه عادة صورية علم الحساب • فأى نسق من الانساق لايكون صوريا حقيقة الا اذا أمكن فيه رد الاستدلال الى عمليات تداول الرموز وفقا للقواعد دون استدعاء آن الدلالة هى تلك الرموز على نحو مايسمح بها تفسير النسق • فاذا أردنا بلوغ هـذا الغرض وجبت صياغة البديهيات الرياضية فضلا عن البديهيات والقواعد المنطقية التى تحقق تعريف الاستدلال تحديدا دقيقا صـارما • ومن هذه الناحية يتبين أن النسق الخاص بمصـادرات بيانو ليس صوريا تام الصورية • ولم يكن بيانو يهـدف الى صـورية الحساب بالمعنى المعاصر للكلمة عندما أصدر مصادراته • كان

بيانو يهدف فقط الى التعبير عن كل قضايا الرياضيات بفضل عدد صغير من الرموز ذات الدلالة المحددة والخاضعة لقواعد صارمة ·

ويشير بيانو الى أن الهدف الذى يرمى اليه هدف عملى فى كتابه عن علامات المنطق الرياضى المؤلف سنة ١٨٩٤ · وهو فى نظره بمثابة مدخل الى الصيغ الرياضية ·

واذا صح هذا كان المهم بالنسبة الينا الآن هـو التعرف على دوال النسق فى بديهيات بيانو من حيث هـو نسق يضم بديهية التواتر · وفى العادة كل الطرق تؤدى الى عين النتائج اذا درسنا النسق الصورى الحسابى من حيث عدم تناقضه أو من حيث القرار القاطع فيه · فيقال مثلا ان نسقا ما يتمتع بصـفة النسـقية الصـورية اذا كانت كل تعبيراته تحصيل حاصل · أى أن النسق يكون مؤلفا من اجراءات قاطعة عندما يكون محتويا على منهج يسمح بتحديد ما اذا كان التعبير ــ أى تعبير مكون تكوينا صالحا داخل النسق موضوع البحث ــ يقبل بالفعل أو لا يقبل البرهنة فى اطار النسق أو بعبارة أخرى هل هو تحصيل حاصل أم لا ؟·

وقد قرر كل من شـيرش Church وروسر B. Rosser ان حساب بيانو غير قاطع · ويقول روسر : يقال عن النسق انه غير قاطع اذا كان كل توسع متآلف لهذا النسق غير قاطع ·

ومعنى هذا بعبارة أخرى أن التوسع المتآلف المترتب على امتداد النسق قد يكون غير قاطع · وفى هـذه الحالة لايكون النسق نفسه قاطعا ·

ومن الضرورى أن نشير الى أن هــذا الطابع فى اختفاء الاجراءات القاطعة داخل بديهيات بيانو لايرجع الى وجــود بديهية التواتر ضمن نسقه • ويمكن تحويل نسق التواتر الى نسق من البديهيات بفضل عدد لا نهــاية له من البديهيات • ولكن يبقى برغم ذلك كله غير قاطع بل وغــير قاطع على وجه الخصوص •

فما هى دالة بديهية التواتر فى نسق الحساب ؟

أولا : من المؤكد أننا اذا أخــذنا بوجهة النظر الصورية البحتة لايمكن أن تحتل أية بديهية نسقية درجة من الاهمية أكبر من سواها لأن المرجع فى النهاية الى مجموع البديهيات التى تؤدى الى التعريف الضمنى للمعانى التى يحددها النسق • ولكن اذا اعتبرنا المعنى الرياضى الخاص بالبديهيات أمكننا الى حد ما تحديد الدور الذى تقوم به كل منهما •

ومن هذه الناحية فى امكاننا أن نقرر ثانيا أن الاستدلال بالتواتر لايمكن أن يتدخل الا اذا قدمنا سلفا أبسط الدوال التواترية وهى دالة «التالى» وفائدة هذه الدالة التى شغلت بوانكاريه مرتبطة أوثق ارتباط بايجاد دوال تواترية مختلفة عن دالة «التالى» ولكن لايمكن تعريفها الا بمساعدة هذه •

اذا صح هذا كان من الممكن ــ كما يقول كلينه Kleene فى مقدمته للرياضيات سنة ١٩٥٢ (ص ٢٥٨ وما بعدها) ــ تمييز التعريفات التواترية الاساسية من سواها • وفى حساب بيانو تعريف الدوال (+ ، و ، •) وفقا للمجموع اللامحدود المنظم تنظيما شــاملا والنــاجم عن دالة «التــالى» • ويمكن التعبير عن بديهيات بيانو كالآتى :

١ ــ الصفر عدد

٢ ــ اذا كان «ن» عددا كان «نَ» عددا أيضا ٠

٣ ــ الاعــداد هي ماينتج فقط عن تطبيق القــاعدتين السابقتين ٠

٤ ــ أيا يكن «م» ، «ن» يــكون مَ = نَ فقط اذا كان م = ن

٥ ــ في كل عدد «ن» يكون نَ ≠ ٥

وهنا يصبح مبدأ التواتر نتيجة للبديهيات الخمس وليس بديهية في حد ذاته من بين تلك البديهيات ٠

ومعنى هذا أن بوانكاريه عندما استند الى هذه البديهيات في تأييد برهان التواتر لم يكن يريد أن يخلق برهانا صوريا بحتا وانما كان يريد أن يجمع بين الأسس التحليلية والتركيبية للحساب في آن معا أي أنه أراد الجمع بين الاستقراء والاستدلال في نمط واحد من البرهان ٠ وقد أدى هــذا الى جعل برهان التواتر غير متكامل شكلا وموضوعا مع الغرض المطلوب منه ٠ ولكن هذا لايمنع أنه بصورته وجمله الشواهد الرياضية التى اعتمد عليها يعطى صورة واضحة للمعنى الذى ينبغى أن يكون عليه البرهان الاستدلالى فهو برهان استدلالى يجمع خصائص منطقية عديدة يجرى استخدامها حاليا بصور موسعة ٠

ولكن العيب الحقيقى في برهان التواتر هو أنه ليس له دور موحد في اطار نسق صورى خالص وحسب ٠ فهــو كما هو شاهد عادة لا غنى عنه في تأسيس ودراسة أى نسق صورى خالص ٠ أى أننا اذا أردنا دراسة صــورية الحساب ظهر لنا

التواتر على نحوين أولا كأداة تسمح بتأسيس نســق صورى وثانيا كواحدة من البديهيات الخاصة بالنسق ·

وهذه النقطة لم يدركها جوبلوه (١) ·

أما بوانكاريه فقــد لحظ ضرورة اقامة البرهان بعــدم التناقض وأكد أن هذا البرهان مستحيل بغير التواتر وان لم يشر الى الاجراءات العامة اللازمة لتأسيس نسق صورى فهذه النقطة ـ على الرغم من عــدم ظهــورها وبروزها فى فكرة الاستدلال عند بوانكاريه مكنته من أن يضع الفكرة الرئيسية فى دعم صورية النسق وهى عدم التناقض ·

فالاستدلال الرياضى اذا قارناه بالقياس التقليدى يمثل تعميما تدريجيا واضحا واستنباطا صارما · القياس المنطقى صارم ولكنه تحصيل حاصل فى حين أن الاستدلال الرياضى يعتمد على أبنية منوعة كفكرة المجموعة وفكرة التوالى للاعداد الصحيحة · ففى اطار الحدس الخاص بالعد والخالص أى فى اليقين الذى نستشعره فى قدرتنا التى لا حد لها على اضــافة وحدة جديدة الى وحدات متقدمة ـ كما يقول بوانكاريه ـ ينبغى أن نبحث أصالة الاستدلال الرياضى · والنموذج الرفيع لهذا الفرع من الاستدلال الرياضى هو برهان التــواتر بحيث تصدق الخاصية عن «ن = صفر» ، وتصدق أيضا عن «ن + ١» اذا صدقت عن «ن» وتصبح بالتــالى صــالحة بالنسبة الى كل الاعداد التالية · ولايمكن ارجاع هــذا البرهان الى صــور القيــاس لانه يضم عــددا لا متناها من القضــايا المترابطة

---

١ ـ ص ٢٥٥ ـ الاستدلال الرياضى والتواتر : I. R. Martin :
Les études philosophiques — Avril -Juin, 1956.

الموصولة فيما بينها · (١) وهو يتقدم بالتعميم من الجـزء نحو الكل ولكنه برغم ذلك صارم دقيق لانه ينبنى على عملية عد كاملة مستوفاة ·

ويقال ان الخاصية «وراثية بالنسـبة الى ن» أو مجـرد وراثيـة ن» اذا تحقق آن كل خاصـية تنتمى للعـدد م كانت تنتمى أيضـا للعدد م + ١ أى للعـدد الذى له لع العـدد م العلاقة ن ، ويقال لعـدد ن انه ينتمى الى خلفه م (Posterity) بالنسبة للعلاقة ن اذا كان للعدد «ن» كل خاصية وراثية «ن» تنتمى الى م ويمكن آن تطبق هذه التعريفات على أية عـلاقة أخرى تماما كما تطبق العلاقة «ن» ·

وما معنى العلاقة «ن» ؟

معناها آننا اذا عرفنا الاعداد الطبيعية بأنها خلفة الصفر بالنسبة لعلاقة العدد بتاليه المبـاشر ، كانت «ن» هى هـذه العلاقة · وآى عدد م له هذه العلاقة (ن) مع م + ١ · فالعلاقة «ن» هى علاقة العدد بتاليه المباشر · ويقـال وراثية «» اذا تحقق أن كل خاصية تنتمى للعدد م كانت أيضا تنتمى الى العدد م + ١ اى الى العدد الذى له مع العدد م العلاقة ن ويقال للعدد ن انه ينتمى الى خلفه م بالنسبة الى العلاقة «ن» (٢) ·

---

1. Jean Piaget : Traité de Logique — p. 380 1949.

(٢) مقدمة للفلسفة الرياضية لرسل ترجمة محمد موسى أحمد ومراجعة الأهوانى ص ٤٣ ·

ومن هنـا يظهر أن اسـتدلال التواتر يختلف عن أيـة عمليات «بينقضوية intra propositional calculus غير رياضية تماما كما يختلف العدد عن الفصـول أو الفئات والعلاقات العينية . فنحن نعرف مسلسلة الاعـداد الطبيعية كلها متى عرفنا مانعنيه بالصفر والعدد والتالى . وعلى ذلك نقيم برهان التواتر خلال عملية السير الى التالى التى يمكن أن تتكرر عددا متناهيا من المرات .

# الفهرس

صفحة

جمهورية مصر العربية

مطبوعات

المجلس الأعلى للثقافة

رقم

- ٢٥٢ -

القاهرة

١٤٠٣هـ - ١٩٨٣ م

مطابع الهيئة المصرية العامة للكتاب

رقم الايداع بدار الكتب ٨٣/٤٢١٩

ISBN ٩٧٧ - ٠١ - ٠٢٠٣ - ٢

